

ZUR LOKALISIERUNG GROBER FEHLER MIT
HILFE DER ITERATIONSMETHODE MIT
VARIABLEN BEOBACHTUNGSGEWICHTEN

Deren Li
Institut für Photogrammetrie
der Universität Stuttgart
BR Deutschland (VR China)
Commission III

Abstract: It is shown that the iteration method with variable weights can be an effective method for the location of gross errors in the adjustment. After a general view of several available weight functions of the iteration method, a new weight function is developed based on the a posteriori variance estimation of the least squares adjustment. The advantages of the suggested method are justified by a comparative investigation of the different weight functions. The introduction of this weight function into the danish method can also produce a more satisfactory result.

1. Einleitung

Beruhend auf statistischen Grundlagen hat Baarda (1967, 1968, 1976) die Theorie der inneren und äußeren Zuverlässigkeit von Ausgleichungssystemen nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgestellt. Er hat auch ein Testverfahren ("Data Snooping") zur Aufdeckung grober Fehler entwickelt. Mit Hilfe dieser Theorie wurden seit einigen Jahren eine große Menge von Untersuchungen über innere und äußere Zuverlässigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung durchgeführt (Ackermann, 1979, 1981; Amer, 1980; Förstner, 1978, 1979a, 1980; Grün, 1979, 1980; u.s.w.). Messungen können damit so geplant werden, daß eine gute Kontrolle gewährleistet ist.

Trotzdem sind die Probleme der Lokalisierung und Korrektur grober Fehler in der Ausgleichung noch nicht endgültig gelöst, die weiterhin das Ziel der Untersuchungen der Zuverlässigkeit sind. Das Verfahren des Data Snooping kann theoretisch nur bei einem einzelnen groben Fehler und einer bekannten Varianz einen groben Fehler aufdecken. Sonst kann es grobe Fehler nicht unbedingt lokalisieren, weil der Gewichtseinheitsfehler und andere Restabweichungen von groben Fehlern verfälscht werden.

Aus diesem Grund sucht man seit einigen Jahren allgemeinere Methoden zur Lokalisierung grober Fehler, auch ohne Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate. Davon bietet die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten einen vielversprechenden Ansatz.

In dieser Untersuchung wird eine Gewichtsfunktion nach der a posteriori-Varianzschätzung für die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten abgeleitet. Danach werden einige grundsätzliche Probleme über diese Iterationsmethode diskutiert.

2. Überblick über die Iterationsmethoden mit variablen Beobachtungsgewichten

Unter der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten zur Lokalisierung grober Fehler kann man folgendes verstehen:

Begonnen wird mit einer konventionellen Ausgleichung nach der Methode der

kleinsten Quadrate. Aus den Restabweichungen der ersten Ausgleichung werden nach einer bestimmten Gewichtsfunktion neue Gewichte für die Beobachtungen berechnet. Mit diesen neuen Gewichten wird eine neue Ausgleichung durchgeführt und dieser Prozeß bis zur Konvergenz wiederholt. Schließlich erhalten Beobachtungen mit groben Fehlern ein sehr kleines Gewicht ($p \rightarrow 0$) und deren Verbesserungen sind ein Maß für Betrag des groben Fehlers, wenn die Gewichtsfunktion richtig gewählt und die Beobachtung lokalisierbar ist. Das heißt, daß grobe Fehler durch diese Iterationsmethode automatisch lokalisiert und eliminiert werden.

Im Prinzip gehören grobe Fehler bei der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten nicht zum funktionalen Modell, sondern zum stochastischen Modell. In diesem Fall werden grobe Fehler als Stichprobe aus einer normal verteilten Population mit dem Erwartungswert Null und einer sehr großen Varianz betrachtet.

Diese Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten geht von der folgenden Minimumbedingung aus:

$$\sum_i P_i V_i^2 = \text{Min} \quad (1)$$

mit

$$P_i^{v+1} = f(V_i^v, \dots) \quad v=1,2,3,\dots$$

Es gibt viele verschiedene Gewichtsfunktionen, die in Frage kommen können:

- L_q Iterationsmethode (Krarup, u.a., 1980),
- Dänische Methode (Krarup, u.a., 1980; Kubik, 1982),
- Data Snooping mit gewichteten Beobachtungen (El-Hakim, 1982), und
- Die Stuttgarter Iterationsmethode (Förstner und Klein, 1984; Werner, 1984).

Nachfolgend sollen die verschiedenen Gewichtsfunktionen verglichen werden.

3. Zur Lokalisierung grober Fehler nach der a posteriori-Varianzschätzung

Die oben erwähnten Gewichtsfunktionen sind alle empirisch und heuristisch ausgewählt. In der Tat kann man eine Beobachtung mit grobem Fehler als eine Stichprobe von einer Grundgesamtheit mit Erwartungswert Null und einer sehr großen Varianz betrachten und durch die a posteriori-Varianzschätzung ihre geschätzte Varianz berechnen. Durch eine Varianzprüfung können die Beobachtungen mit sehr großen Varianzen, d.h. mit groben Fehlern, bei dem Iterationsprozeß herausgesucht werden. Für jede Iteration werden ihnen entsprechende a posteriori Gewichte gegeben, damit grobe Fehler schrittweise lokalisiert werden können.

3.1 Ableitung der Gewichtsfunktion und Aufbau der Prüfungsgröße (Li, 1983)

Die Beobachtungen in der Geodäsie und in der Photogrammetrie werden in allgemeinen gruppenweise aufgeteilt. Innerhalb jeder Gruppe j werden gleiche Varianzen der Beobachtungen angenommen. Z.B. liegen bei der analytischen Aerotriangulation Bildkoordinaten, Paßpunktkoordinaten und zusätzliche Beobachtungen vor. Dabei ergibt sich das mathematische Modell

$$E(\underline{l}) = \underline{A}\underline{X} \quad (2)$$

mit

$$D(\underline{l}) = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 |l_1| & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_j^2 |l_j| & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_k^2 |l_k| \end{vmatrix} \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

Für die a posteriori-Varianzschätzung der verschiedenen Gruppen von Beobachtungen ergibt sich der von Förstner (1979b) angegebene Iterationsprozeß

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{\underline{V}_j^T \underline{V}_j}{r_j} \quad (3)$$

mit

$$r_j = \text{Spur} (Q_j^{VV} P_j) \quad (4)$$

Dann erhält man die Gewichtsschätzungen jeder Gruppe von Beobachtungen für die nächste Iteration

$$P_j^{v+1} = \left(\frac{\hat{\sigma}_j^2}{\sigma_j^2} \right)^v \quad (5)$$

mit

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{\underline{V}^T \underline{P} \underline{V}}{r} \quad (r = \text{Redundanz}) \quad (6)$$

Um grobe Fehler für jede Gruppe von Beobachtungen aufzudecken, sollen die Varianzschätzung $\hat{\sigma}_{i,j}^2$ und der Redundanzanteil $r_{i,j}$ für jede Beobachtung innerhalb der j-Gruppe berechnet werden.

$$\hat{\sigma}_{i,j}^2 = \frac{v_{i,j}^2}{r_{i,j}} \quad (i = 1, 2, \dots, n_j) \quad (7)$$

und

$$r_{i,j} = q_{ii,j}^{VV} P_{i,j} \quad (8)$$

Zur Prüfung grober Fehler wird das Varianzverhältnis als eine Prüfungsgröße (Weil die Verteilung von $T_{i,j}$ unbekannt ist, ist $T_{i,j}$ unter statistischen Gesichtspunkten keine Testgröße) wie folgt auf gebaut:

$$\text{Hypothese } H_0 : E(\hat{\sigma}_{i,j}^2) = E(\hat{\sigma}_j^2)$$

$$\text{Prüfungsgröße : } T_{i,j} = \hat{\sigma}_{i,j}^2 / \hat{\sigma}_j^2 \quad (9a)$$

oder in anderer Schreibweise

$$T_{i,j} = v_{i,j}^2 p_j / \hat{\sigma}_0^2 r_{i,j}, \quad (9b)$$

worin p_j = die a posteriori Gewichtsschätzung oder das a priori Gewicht (wenn das genau bekannt ist) für die j-Gruppe von Beobachtungen.

Entsprechend kann man nach der Prüfung die Gewichtsschätzung $p_{i,j}$ für die nächste Iteration wie folgt berechnen:

$$p_{i,j}^{v+1} = \begin{cases} (\hat{\sigma}_0^2 / \hat{\sigma}_j^2)^v = p_j^{v+1}, & T_{i,j} < F_{\alpha,1,r_i} \\ (\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}_{i,j}^2})^v = (\frac{\hat{\sigma}_0^2 r_{i,j}}{v_{i,j}^2})^v, & T_{i,j} \geq F_{\alpha,1,r_i} \end{cases} \quad (10)$$

Wenn nur eine Gruppe von Beobachtungen mit gleichen Genauigkeiten ($p_i = 1$) vorliegt, erhält man von Gl.(9) und Gl. (10) die vereinfachten Formen:

$$T_i = v_i^2 / \hat{\sigma}_0^2 r_i \quad (11)$$

und

$$p^{v+1} = \begin{cases} 1, & T_i < F_{\alpha,1,r} \\ (\hat{\sigma}_0^2 r_i / v_i^2)^v, & T_i \geq F_{\alpha,1,r} \end{cases} \quad (12)$$

Es muß betont werden, daß diese Gewichtsfunktionen, Gl.(10) oder (12), ganz aus dem Prinzip der kleinsten Quadrate abgeleitet sind, aufgrund der Betrachtungsweise, daß grobe Fehler zum stochastischen Modell gehören.

3.2 Vergleich mit dem Verfahren "Data Snooping"

Für die erste Iteration ($p_{i,j} = p_j$) gilt nach Gl.(9b)

$$T_i^{1/2} = v_i / \hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{ii}^{vv}} = \hat{w}_i \quad (13)$$

Das ist die sogenannte Testgröße w_i mit unbekanntem Gewichtseinheitsfehler, die annähernd eine t-Variable ist. Somit können wir feststellen, daß das "Data Snooping" der ersten Iteration unseres Verfahrens entspricht. Umgekehrt kann unser Verfahren als eine Erweiterung bzw. Verallgemeinerung des "Data Snooping" betrachtet werden, um grobe Fehler wirksam zu lokalisieren.

Während also grobe Fehler bei der Untersuchung der Zuverlässigkeit als ein Bestandteil des funktionalen Modells aufgefaßt werden, sollen sie für die Lokalisierung grober Fehler als ein Bestandteil des stochastischen Modells behandelt werden, damit fehlerhafte Beobachtungen bei einem Iterationsprozeß die entsprechenden, kleinen Gewichte bekommen.

4. Vergleich zwischen verschiedenen Iterationsmethoden mit variablen Beobachtungsgewichten

Obwohl viele verschiedene Gewichtsfunktionen bei der Iterationsmethode mit

variablen Beobachtungsgewichten möglich sind, können sie nach dem Argument der Funktion in drei Gruppen eingeteilt werden.

$$(i) \quad P_i = f_1(v_i) \quad \text{mit} \quad T_1 = |v_i| / \hat{\sigma}_0 \quad (14)$$

$$(ii) \quad P_i = f_2(\hat{w}_i) \quad \text{mit} \quad T_2 = \hat{w}_i \quad (15)$$

$$(iii) \quad P_i = f_3(\hat{\sigma}_i) \quad \text{mit} \quad T_3 = T_{i,j} \quad (16)$$

worin v_i = Verbesserung der Beobachtung

\hat{w}_i = normierte Verbesserung der Beobachtung

$\hat{\sigma}_i$ = a posteriori Varianzschätzung der Beobachtung

Außerdem können sie nach dem Typ der Funktion in

(i) Potenzfunktionen und

(ii) Exponentialfunktionen

eingeteilt werden.

Um zu vergleichen, nehmen wir als einfaches Rechenbeispiel die Anpassung eines Polynoms 3. Grades an gegebene Beobachtungen, von denen eine grob falsch sein soll

$$y = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (17)$$

mit bekannten Erwartungswerten, z.B.

$$E(\underline{a}) = (0 \ 21 \ -10 \ 1)'$$

und

$$E(\underline{y}) = (0 \ 12 \ 10 \ 0 \ -12 \ -20 \ -18 \ 0 \ 40 \ 108)'$$

für

$$\underline{x} = (0 \ 1 \ 2 \ \dots \ 9)'$$

Nach der Methode der kleinsten Quadrate sind zuerst die Kofaktor-Matrix der Restabweichungen Q^{VV} und ihre Korrelationsmatrix ρ^{VV} sowie die Kontrollierbarkeit $\delta_{0,i}$ (= innere Zuverlässigkeit) jeder Beobachtung berechnet wurden (Tab. 1,2,3).

Wegen $(\rho_{ij})_{\max} = 0.893 < 1$,

ist das Ausgleichungssystem für einzelne grobe Fehler lokalisierbar. Aber die einzelnen Beobachtungen sind in unterschiedlichem Maße kontrollierbar.

Die in dieser Untersuchung benützten Gewichtsfunktionen sind in Tab. 4 zusammengestellt. Für die dänische Methode werden drei verschiedene Varianten vom Verfasser gewählt.

Die Ausgleichungsberechnungen wurden nun für verschiedene Fälle ausgeführt, bei denen der grobe Fehler einen unterschiedlichen Wert hat (von $4.5\sigma_0$ bis $35\sigma_0$). Die Ergebnisse sind in Tab. 5 und 6 zusammengestellt, einschließlich der konventioneller Ausgleichung L_2 nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Tab. 5 und Tab. 6 zeigen, daß die Leistungen zur Lokalisierung grober Fehler wesentlich vom Argument (s.o.) der Gewichtsfunktion abhängen. Nur L_{pvs} und LD_3 , deren Gewichtsfunktionen eine Funktion der a posteriori geschätzten Varianzen sind, können in jedem Fall den groben Fehler richtig lokalisieren. Mit den beiden Methoden kann sogar noch ein grober Fehler, dessen Betrag schon kleiner als sein unterer Grenzwert ∇_0 ist, lokalisiert werden. Tab.5 und Tab. 6 zeigen auch, daß die Konvergenzgeschwindigkeit der Iteration einigermaßen vom Typ der Gewichtsfunktion abhängt. Die Exponentialfunktionen schneiden dabei etwas günstiger als die Potenzfunktionen ab.

Um zu prüfen, ob das Gewicht der Beobachtung mit grobem Fehler gegen 0 wird, veranschaulichen Abb.1-1 und 1-2 die Veränderungen des Redundanzanteil der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß für verschiedene Gewichtsfunktionen. Sie zeigen deutlich, daß nur für die als eine Funktion der a posteriori-Varianzschätzung $\hat{\sigma}_i$ der Beobachtung dargestellten Gewichtsfunktionen (L_{pvs} und LD_3) der Redundanzanteil der Beobachtung mit grobem Fehler auf jeden Fall immer größer wird. Nach der Methode LD_3 wächst er stets bis zu eins. Nach der Methode L_{pvs} reicht der Redundanzanteil der Beobachtung mit einem kleinen groben Fehler nur bis zum entsprechenden Wert und diese Beobachtung nimmt mit einem kleinen Gewicht an der Ausgleichung teil.

Es läßt sich nun zeigen, daß die Stuttgarter Iterationsmethode auch eine Gewichtsfunktion enthält, die eine Funktion der a posteriori geschätzten Varianzen darstellt. In dieser Gewichtsfunktion sind die Gewichte wesentlich von dem Wert $\alpha|v_i|$ abhängig (Förstner und Klein,1984; Werner,1984). In der Tat ergibt sich

$$\alpha|v_i| = \frac{|v_i| \sqrt{p_i^0}}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{r_i} k} = \frac{\hat{\sigma}_i \sqrt{p_i^0}}{\hat{\sigma}_0 k} \rightarrow f_3 (\hat{\sigma}_i) \quad (18)$$

Abb. 2-1 und 2-2 beschreiben für verschiedene Iterationsmethoden die Veränderungen der Prüfungswerte bei der Beobachtung mit grobem Fehler im Iterationsprozeß. Wir können daraus ersehen, daß der Wert T_1 nur für eine gut kontrollierbare Beobachtung brauchbar ist. Der Wert T_2 bleibt beim Iterationsprozeß entweder konstant, oder er schwingt periodisch mit kleiner Amplitude. Nur der Wert T_3 kann als ein Indikator für die Größe des groben Fehlers betrachtet werden. Der Prüfungswert nach der Methode L_{pvs} repräsentiert vor allen Dingen die Größe des groben Fehlers.

Nach Tab. 4 kann man einen festen und einen variablen kritischen Wert unterscheiden. Die folgende Diskussion beschränkt sich auf den Fall, daß der a priori Varianzfaktor σ_0 unbekannt ist. Um am Anfang der Iteration den Einfluß grober Fehler auf die Varianzschätzung $\hat{\sigma}_0$ zu berücksichtigen, muß man für den Fall des festgehaltenen kritischen Werts einen etwas kleinen Wert (z.B. $k=2$) ansetzen. Trotzdem führt dieses Verfahren manchmal dazu, daß einige grobe Fehler nicht aufgedeckt und einige richtige Beobachtungen am Ende des Iterationsprozesses fälschlicherweise als grobe Fehler eliminiert werden. Deswegen wenden wir variable kritische Werte auf die Methoden L_{pvs} und LD_3 an. Für die ersten drei Iterationen wird dabei ein kleiner kritischer Wert ($k=1$) benützt, um zunächst keinen groben Fehler zu verlieren. Für die weitere Iterationen wird dann ein großer kritischer Wert (z.B. $k=3.29$) benützt, um den Ausschluß richtiger Beobachtungen zu vermeiden. Im Prinzip ist der kritische Wert vom Verhältnis $\sigma_0 / \hat{\sigma}_0^v$ abhängig und wäre streng

$$k^v = 3.29 \sigma_0 / \hat{\sigma}_0^v \quad (19)$$

5. Lokalisierung mehrerer grober Fehler

Für die Lokalisierung mehrerer grober Fehler gibt es vor allem das Problem, unter welcher Geometrie mehrere grobe Fehler lokalisierbar sind. Dieses Problem kann hier nicht behandelt werden. Wir können an einem Beispiel mit zwei groben Fehler (siehe Tab. 7) aufzeigen, wie sich die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten im Vergleich zum "Data Snooping" verhält.

Tab. 7 zeigt, daß die zwei groben Fehler in diesem Fall mit dem "Data Snooping" nicht aufgedeckt werden können. Im gegensatz dazu lokalisiert aber die Iterationsmethode L_{pvs} die beiden groben Fehler richtig.

6. Schluß

6.1 Ein in einer Beobachtung wirkender grober Fehler kann im stochastischen Modell als eine Stichprobe aus einer Gesamtheit mit Erwartungswert Null und sehr großer Varianz betrachtet werden. Durch die a posteriori-Varianzschätzung können die Beobachtungen mit sehr großen Varianzen bei einem Iterationsprozeß herausgesucht werden. Danach werden ihnen entsprechende, kleine a posteriori-Gewichte zugeordnet und somit grobe Fehler in einem Iterationsprozeß automatisch lokalisiert. In diesem Sinn gehört diese Iterationsmethode auch zu der Methode der kleinsten Quadrate und kann als eine Erweiterung des Data Snooping angesehen werden. Wenn viele Gruppen von Beobachtungen mit unbekanntem Varianzen vorliegen, kann diese Methode neben der Lokalisierung grober Fehler auch für jede Gruppe die Varianz schätzen.

6.2 Der in dieser Untersuchung an einem einfachen Beispiel durchgeführte Vergleich zwischen verschiedenen Iterationsmethoden mit variablen Beobachtungsgewichten zeigt, daß das nach der a posteriori-Varianzschätzung abgeleitete Gewicht als das Argument der die Iterationsmethode bestimmenden Gewichtsfunktion benützt werden soll. Wird dabei eine Exponentialfunktion verwendet, kann der Iterationsprozeß schnell konvergieren.

6.3 Das Verhältnis zwischen der a posteriori geschätzten Varianz und ihrem Sollwert für jede Beobachtung soll als die Prüfungsgröße für das Iterationsverfahren mit variablen Beobachtungen benützt werden.

6.4 Ob die aus diesem einfachen Beispiel gezogenen Folgerungen (6.2 und 6.3) für die photogrammetrischen Punktbestimmung gelten, soll durch weitere Untersuchung beurteilt werden.

6.5 Die weitere Untersuchung zur Lokalisierbarkeit und Trennbarkeit mehrerer grober Fehler ist für die Beurteilung der Fehlersuchverfahren von großer Bedeutung.

Literatur

Ackermann, F.: The Concept of Reliability in Aerial Triangulation, Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria, Cooperative Libreria Universitaria del Polytechnico, Milano, Dicembre 1979, N.1

Ackermann, F.: Zuverlässigkeit photogrammetrischer Blöcke, ZfV, Heft 8, 1981

Amer, F.: Theoretical Reliability Studies for some elementary photogrammetric Procedures, ITC, Enschede, Netherlands 1980

- Baarda,W.: Statistical Concepts in Geodesy, Netherlands, Geod. Comm. New Series, Vol.2, No.4, Delft 1967
- Baarda,W.: A Test Procedure for Use in Geodetic Networks, Neth. Geod. Comm. Vol.2, No.5, Delft 1968
- Baarda,W.: Reliability and Precision of Networks, Pres. Paper to VIIth Int. Course for Eng. Surveys of High Precision, Darmstadt, 1976
- Förstner,W.: Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Blöcken, DGK, C 240, München 1978
- Förstner,W.: On internal and external Reliability of photogrammetric Coordinates, ASP-ASCM Convention, Washington 1979a
- Förstner,W.: Konvergenzbeschleunigung bei der a posteriori Varianzschätzung, ZfV, 104, Heft 4, 1979b
- Förstner,W.: The theoretical Reliability of photogrammetric Coordinates, ISP Congress, Hamburg 1980
- Förstner,W and Klein,H.: Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program PAT-M 43 using Robust Estimators, Paper presented to the XVth ISPRS Congress, Rio de Janeiro, 1984
- Grün,A.: Gross Error Detection in Bundle Adjustment, Paper presented to the Symposium on Aerial Triangulation, Brisbane, Sept. 1979
- Grün,A.: Internal Reliability Models for Aerial Bundle Systems, ISP Congress, Hamburg 1980
- El-Hakim,S.F.: Data Snooping with weighted Observations, Symposium of ISP Comm. III, Helsinki 1982
- Krarup,T; Juhl,J; Kubik,K.: Götterdämmerung over Least Squares, ISP Congress, Comm. III, Hamburg 1980
- Kubik,K.: An Error Theory for the Danish Method, Symposium of ISP Comm. III, Helsinki 1982
- Li,D.R.: Ein Verfahren zur Aufdeckung grober Fehler mit Hilfe der a posteriori-Varianzschätzung, BuL, Heft 5, 1983
- Werner,H.: Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators, Paper presented to the XVth ISP ISPRS Congress, Rio de Janeiro, 1984

Tab. 1 Kofaktor-Matrix η^{vv}

.1762	-.3133	-.0196	.1063	.1133	.0503	-.0336	-.0895	-.0685	.0743
	.6984	-.2480	-.1688	-.0802	.0014	.0597	.0783	.1410	-.0685
		.6733	-.2346	-.1944	-.0662	.0432	.1110	.0783	-.0835
			.6925	-.2434	-.1385	-.0289	.0432	.0597	-.0336
				.7590	-.2014	-.1385	-.0662	.0014	.0503
					.7590	-.2434	-.1944	-.0802	.1133
						.6925	-.2346	-.1688	.1063
							.6733	-.2480	-.0196
								.6984	-.3133
									.1762

Tab. 2 Korrelationsmatrix ρ^{vv}

1	-.8330	-.0568	.3043	.3038	.1377	-.0361	-.2597	-.1254	.4444
	1	-.3615	-.2427	-.1101	.0019	.0858	.1142	.0487	-.1954
		1	-.4313	-.2718	-.0926	.0720	.1646	.1142	-.2537
			1	-.3357	-.1110	-.0417	.0720	.0858	-.0961
				1	-.2654	-.1310	-.0326	.0019	.1377
					1	-.3357	-.2718	-.1101	.3038
						1	-.4313	-.2427	.3043
							1	-.3615	-.0568
								1	-.8330

Tab. 3 Kontrollierbarkeit $\epsilon_{0,i}$

1,82	4,33	5,02	4,95	4,73	4,73	4,35	5,02	4,33	1,82
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Tab. 4 Die in dieser Untersuchung benutzten Gewichtsfunktionen

Version	Gewichtsfunktion $p_i^v =$ ($v = 2, 3, 4, \dots$)		Art der Gewichtsfunktion
L_1	$1/ v_i $	$ v_i > 0.7\hat{\sigma}_0$	$f_1(v_i)$ Potenzfunktion
	$1/0.7\hat{\sigma}_0$	$ v_i \leq 0.7\hat{\sigma}_0$	
L_0	$1/v_i^2$	$ v_i > 0.7\hat{\sigma}_0$	$f_1(v_i)$ Potenzfunktion
	$1/0.7\hat{\sigma}_0$	$ v_i \leq 0.7\hat{\sigma}_0$	
L_{0H}	1	$w_i \leq 2$	$f_2(\hat{w}_i)$ Potenzfunktion
	$1/w_i^2$	$w_i > 2$	
L_{01}	1	≤ 2	$f_1(v_i)$ Exponentialfunktion
	$(\exp(-(v_i/\hat{\sigma}_0)^{4.4}))^{0.05}$	$\frac{ v_i }{\hat{\sigma}_0} > 2, v=2,3$	
L_{02}	1	≤ 2	$f_2(\hat{w}_i)$ Exponentialfunktion
	$(\exp(-w_i^{4.4}))^{0.05}$	$w_i > 2, v=2,3$	
L_{03}	1	$\leq k$	$f_3(\hat{\sigma}_i)$ Exponentialfunktion
	$(\exp(-T_i^{2.2}))^{0.05}$	$T_i^{1/2} > k, v=2,3$	
L_{pvs}	1	$T_i^{1/2} \leq k$	$f_3(\hat{\sigma}_i)$ Potenzfunktion
	$1/T_i$	$> k$	

(1) $w_i = |v_i|/\hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{ii}^{vv}}$,

(2) $T_i = \hat{\sigma}_i^2/\hat{\sigma}_0^2$

(3) $\hat{\sigma}_i = v_i^2/r_i$

(4) $k = \begin{cases} 1, & v \leq 3 \\ 3.29, & v > 3 \end{cases}$

Tab. 5.1 Ein grober Fehler in l₆ σ₀ = 0,007 τ₀ l₆ = 4,73σ₀ τ l₆ = 35σ₀

Table with columns i=, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, σ₀, μ, Iterationsanzahl. Rows include ε_i, L₂, L₁, L₀, L_D, L_{PVS}, L_{OH} and sub-rows v_i, v_i/√q_{ii}, v_i.

Tab. 5.2 Ein grober Fehler in l₆ τ₀ = 0,049 τ l₆ = 4,5σ₀

Table with columns i=, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, σ₀, μ, Iterationsanzahl. Rows include ε_i, L₂, L₁, L₀, L_D, L_{PVS}, L_{OH} and sub-rows v_i, v_i/√q_{ii}, v_i.

ε_i = wahrer Fehler von Beobachtungen; μ = wahrer mittlerer Fehler von Unbekannten.

Tab. 6.1 Ein grober Fehler in l₁ σ₀ = 0,007 τ₀ l₁ = 9,42 τ l₁ = 35σ₀

Table with columns i=, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, σ₀, μ, Iterationsanzahl. Rows include ε_i, L₂, L₁, L₀, L_D, L_{PVS}, L_{OH} and sub-rows v_i, v_i/√q_{ii}, v_i.

Tab. 6.2 Ein grober Fehler in l₁ τ₀ = 0,049 τ l₁ = 4,5σ₀

Table with columns i=, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, σ₀, μ, Iterationsanzahl. Rows include ε_i, L₂, L₁, L₀, L_D, L_{PVS}, L_{OH} and sub-rows v_i, v_i/√q_{ii}, v_i.

Tab. 7 Vergleich zwischen dem Data-Snooping und der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten (zwei grobe Fehler)

Table with two sections: (1) σ₀ = 0,017 τ l_{2,3} = 3,07σ₀ l_{2,3} and (2) σ₀ = 0,049 τ l_{2,3} = τ₀ l_{2,3}. Columns include i=, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, σ₀, μ. Rows include ε_i, L₂, L_{PVS}, L_{PVS}/T_i and sub-rows v_i, |w_i|.

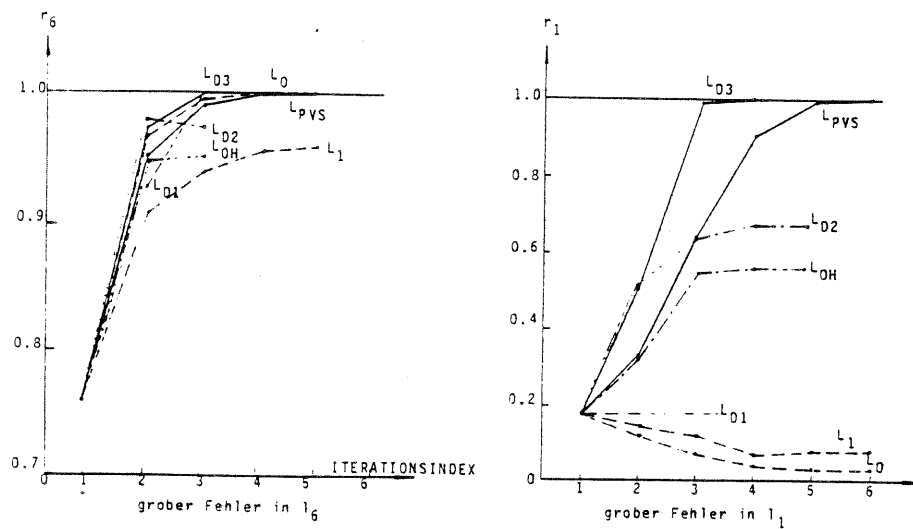


Abb. 1.1 Veränderungen des Redundanzanteils der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 35\sigma_0$)

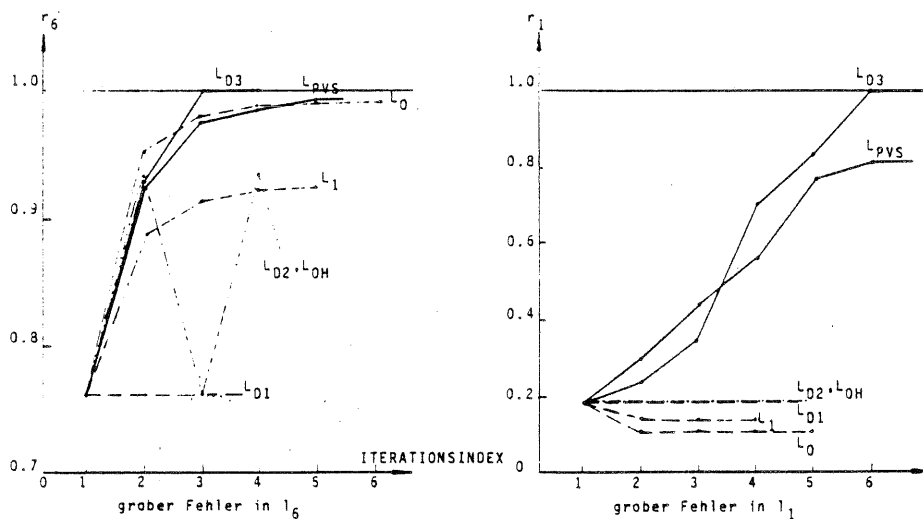


Abb. 1.2 Veränderungen des Redundanzanteils der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 4.5\sigma_0$)

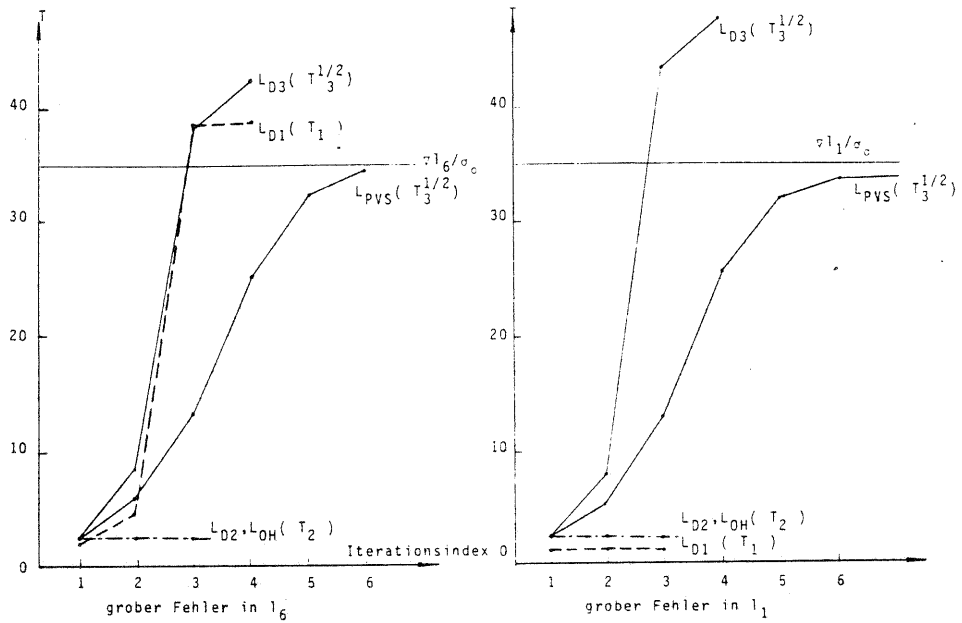


Abb. 2.1 Veränderungen der Prüfungsgröße der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 35\sigma_0$)

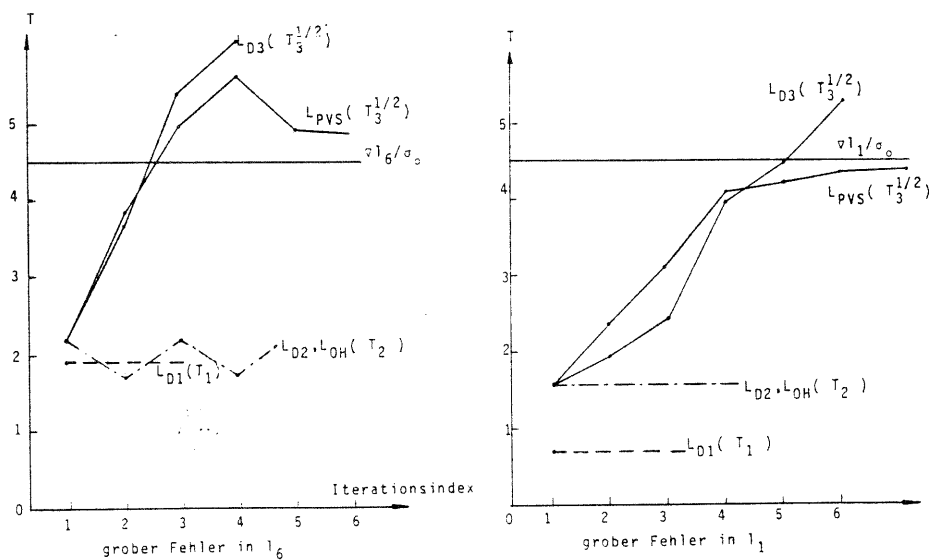


Abb. 2.2 Veränderungen der Prüfungsgröße der Beobachtung mit dem groben Fehler beim Iterationsprozeß ($\nabla l = 4.5\sigma_0$)