

APPLICATION DES PROCESSUS STOCHASTIQUES AUX TRAITEMENTS NUMERIQUES
DES IMAGES : ESTIMATION-ANALYSE DES RESIDUS.

Abdelhamid KHODJA Laboratoire de Télé-Analyse et Société (LATES),
Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales (CAMS) - EHESS 54,
boulevard Raspail 75006 Paris (France).

But :

Le traitement numérique des images de télédétection consiste à les améliorer et les adapter à une thématique, à la reconnaissance et la caractérisation spatiale des objets; particulièrement dans le cas de paysages hétérogènes où la taille des objets est limitée par rapport à la résolution spatiale. Notre méthode est basée sur la texture d'une image. La texture étant une propriété d'une région qui caractérise la relation structurelle des éléments d'images à l'intérieur de cette région. L'estimation des images par les processus stochastiques spatiaux autorégressifs nous conduit d'un système de pixels à un système de zones homogènes délimitées par des contours.

Aims :

The numerical treatment of remote sensing images consist in adapting them to a thematic and to recognition and spatial characterisation of objects. This is especially the case of heterogeneous sites where the objects dimension is limited as compared with spatial resolution. Our method is based on image texture. Estimating images through spatial autoregressive stochastic processes leads us from pixels system to a system of homogeneous bounded areas.

Mots clés : processus spatiaux, autocorrélation, texture, télédétection, restauration, résidus, histogramme.

1. Introduction.

Soit une image de télédétection I que l'on peut représenter par un réseau rectangulaire I(M,N) (fig.1) et soit P l'ensemble de toutes les valeurs radiométriques représentant le niveau de luminance codés sur 8 bits.

	1	...	j-2	j-1	j	j+1	j+2	...	N
1									
...									
i-2					10				
i-1			2	3	4				
i		9	1	*	5	11			
i+1			8	7	6				
i+2				12					
...									
M									

fig.1

Soit $X_{i,j}$ une variable aléatoire représentant le niveau de luminance, nous pouvons l'écrire sous la forme :

$$X_{i,j} = \tilde{X}_{i,j} + \varepsilon_{i,j} \quad (1)$$

Où $\tilde{X}_{i,j}$ est une variable non aléatoire et $\varepsilon_{i,j}$ est une variable aléatoire non observable, appelée bruit vérifiant :

$$E(\varepsilon_{i,j}) = 0 \text{ et } \text{Var}(\varepsilon_{i,j}) = \sigma_\varepsilon^2$$

Où $E(.)$ est l'espérance mathématique et $\text{Var}(.)$ est la variance.

Nous allons exposer deux différentes classes de processus spatiaux : les processus spatiaux basés sur la notion de causalité (formelle) (Whittle, 1954) appelés processus autorégressifs unilatéraux notés A.R.U. et les processus autorégressifs bilatéraux notés A.R.B. pour estimer les images de télédétection.

2. LES PROCESSUS AUTOREGRESSIFS.

2.1. Définition 1.

On appelle processus stationnaire du 2ème ordre sur Z^2 une suite $(X_{i,j})$, $(i,j) \in Z^2$ de vecteurs aléatoires telle que

$$\forall (i,j) \in Z^2, \forall (h,k) \in Z^2 :$$

$$1- E(X_{i,j}) = m ; m \in \mathbb{R}$$

$$2- \text{cov}(X_{i,j}, X_{i+h, j+k}) = C_{h,k}$$

est un nombre fini qui ne dépend que de (h,k) . $C_{h,k}$ s'appelle fonction d'autocovariance. En particulier :

$$\text{var}(X_{i,j}) = C_{0,0} = \sigma_x^2$$

On définit aussi :

$$\rho_{h,k} = \frac{C_{h,k}}{C_{0,0}}$$

la fonction d'autocorrélation . On pourra toujours centrer un processus en lui retranchant sa moyenne. C'est ce que nous ferons par la suite.

2.2. Définition 2.

On dit que le processus $X_{i,j}$, $(i,j) \in \mathbb{Z}^2$ est un processus autorégressif sur \mathbb{Z}^2 s'il satisfait à une équation de récurrence de la forme :

$$X_{i,j} = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n d_{k,l} X_{i-k,j-l} + \varepsilon_{i,j} \quad (2)$$

Avec $(k,l) \neq (0,0)$, $m, n \in \mathbb{Z}$ et $\varepsilon_{i,j}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et de même loi.

2.3. Notion de causalité. (Whittle, 1954).

La notion de causalité est basée sur la définition du passé, du présent et du futur. Pour tout point (i,j) on définit le passé relativement au point (i,j) , pour l'ordre lexicographique l'ensemble des points

$$\{ (k,l) \mid k = i, l < j; k < i, -\infty \leq l \leq \infty \}$$

et le futur l'ensemble de points

$$\{ (k,l) \mid k = i, l > j; k > i, -\infty \leq l \leq \infty \}$$

Ceci est illustré par la figure 2.

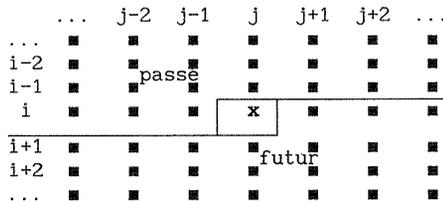


fig.2: définition du passé, du présent et du futur.

3. APPLICATIONS AUX TRAITEMENTS NUMERIQUES D'IMAGES

3.1. Analyse de la texture d'une image.

L'estimation des images par les processus spatiaux autoregressifs nous conduit d'un système de pixels à un système de zones homogènes délimitées par des contours. Nous allons, d'abord, exposer la théorie de l'estimation des paramètres des différents modèles par les diverses méthodes.

$$\bar{X}_{i,j} = \sum_{k=-m}^{k=m} \sum_{l=-n}^{l=n} d_{k,l} X_{i-m,j-l} + \varepsilon_{i,j} \quad (3)$$

Avec $(k,l) \neq (0,0)$, $m, n \in \mathbb{Z}$.

$$X_{i,j} = \sum_{k=-m}^{k=m} \sum_{l=0}^{l=n} d_{k,l} X_{i-m,j-l} + \varepsilon_{i,j} \quad (4)$$

Avec $(k,l) \neq (0,0)$, $m, n \in \mathbb{Z}$. Et $X_{i,j}$ est le niveau de luminance du pixel de coordonnées (i,j) , m et n sont des entiers positifs et $(\varepsilon_{i,j}, i=1, \dots, M$ et $j=1, \dots, N)$ est

une suite de variables aléatoires indépendantes et de même loi de distribution $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

L'équation (3) représente un modèle autorégressif bilatéral (A.R.B) et (4) un modèle autorégressif unilatéral (A.R.U). Notre but est d'estimer les $d_{k,l}$, la variance de $\varepsilon_{i,j}$ et l'étude des résidus.

3.2. Les modèles autorégressifs unilatéraux :

Le modèle autorégressif unilatéral, au sens de Whittle, dépendant des quatre voisins est représenté par la figure 3 et par l'équation de récurrence (5).

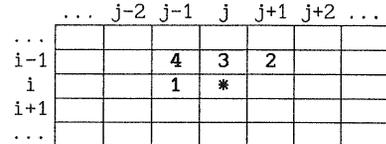


fig.3

$$X_{i,j} = \alpha_1 X_{i,j-1} + \alpha_2 X_{i,j+1} + \alpha_3 X_{i-1,j} + \alpha_4 X_{i-1,j-1} + \varepsilon_{i,j} \quad (5)$$

Avec $\alpha_1 = d_{0,1}$, $\alpha_2 = d_{1,-1}$, $\alpha_3 = d_{1,0}$ et $\alpha_4 = d_{1,1}$.

Où les α_i , $i=1,2,3,4$, sont les paramètres à estimer, avec les contraintes :

$$\sum_{i=1}^4 |\alpha_i| < 1. \quad (6)$$

$$\text{Var}(X_{i,j}) = \text{Var}(\varepsilon_{i,j}) = \sigma_\varepsilon^2.$$

On suppose que $\varepsilon_{i,j}$ est non corrélé avec le passé du processus $X_{i,j}$.

Nous allons utiliser l'ordre lexicographique pour transformer une suite de variables à deux indices en une suite équivalente, mais à un seul indice.

3.2.1. Transformation du processus sur \mathbb{Z}^2 en un processus sur \mathbb{Z} .

Cette procédure consiste à transformer un processus sur \mathbb{Z}^2 en un processus sur \mathbb{Z} . On utilise, ensuite, les propriétés des moindres carrés utilisés dans les séries chronologiques. Pour cela on fait la transformation suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\longrightarrow \mathbb{N} \\ (i,j) &\longrightarrow k = (i-1)N + j \end{aligned}$$

N étant le nombre de colonnes de l'image étudiée. En gardant les mêmes notations, on a le modèle :

$$X_k = \alpha_1 X_{k-1} + \alpha_2 X_{k-N+1} + \alpha_3 X_{k-N} + \alpha_4 X_{k-N-1} + u_k \quad (7)$$

Le modèle (7) est un modèle autorégressif d'ordre $(N+1)$. On peut l'écrire sous forme matricielle :

$$X_k = {}^t \Theta \cdot Z_{k-1} + u_k \quad (8)$$

où ${}^t \Theta$ est la transposée de Θ et ${}^t Z_{k-1}$ la transposée de Z_{k-1} .

$${}^t\Theta = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4);$$

$${}^tZ_{k-1} = (X_{k-1}, X_{k-N+1}, X_{k-N}, X_{k-N-1}) ;$$

et u_k , pour $k = 2, 3, \dots, M \cdot N - 1$, est une suite de variables aléatoires indépendantes et de même loi $N(0, \sigma_u^2)$.

3.3. Estimation des paramètres:

3.3.1. Estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés généralisés: (Box, 1970)

On veut estimer Θ et la variance σ_u^2 du bruit blanc u_t . On utilise la méthode des moindres carrés ordinaires.

$$I(\Theta) = \left(\sum_P (X_k - {}^t\Theta \cdot Z_{k-1}) \right)^2 \quad (9)$$

où $\tilde{P} = \{2N+1, 2N+2, \dots, M \cdot N - 1\} \subseteq P = \{1, 2, \dots, M \cdot N\}$
 Dans l'équation (7) on veut trouver Θ et σ_u^2 tels que l'erreur quadratique $I(\Theta)$ soit minimum.

$$I(\Theta) = \min_P \left(\sum_{\tilde{P}} (X_k - {}^t\Theta \cdot Z_{k-1}) \right)^2 \quad (10)$$

On veut estimer Θ et la variance σ_e^2 du bruit blanc u_t . On utilisera la méthode des moindres carrés ordinaires. Dans l'équation (10) on veut trouver Θ et σ_e^2 tels que l'erreur quadratique $I(\Theta)$ soit minimum.

Dans ce qui suit la somme est prise sur un ensemble d'entiers que l'on définira selon les conditions initiales.

On pose:

$P = [1, M] \times [1, N]$, et \tilde{P} est l'ensemble maximal contenu dans P tel que :

$$\tilde{P} + \{(m, n)\} \subseteq P; m, n \in \mathbb{Z}$$

En dérivant $I(\Theta)$ par rapport à $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ et α_4 , on abouti au système :

$$\alpha_1 \tilde{C}_{10} - \alpha_2 \tilde{C}_{N-2} - \alpha_3 \tilde{C}_{N-1} - \alpha_4 \tilde{C}_N = \tilde{C}_1$$

$$\alpha_1 \tilde{C}_{N-2} - \alpha_2 \tilde{C}_0 - \alpha_3 \tilde{C}_1 - \alpha_4 \tilde{C}_2 = \tilde{C}_{N-1}$$

$$\alpha_1 \tilde{C}_{N-1} - \alpha_2 \tilde{C}_1 - \alpha_3 \tilde{C}_0 - \alpha_4 \tilde{C}_1 = \tilde{C}_N$$

$$\alpha_1 \tilde{C}_N - \alpha_2 \tilde{C}_2 - \alpha_3 \tilde{C}_1 - \alpha_4 \tilde{C}_0 = \tilde{C}_{N+1}$$

$$\text{où } \tilde{C}_i = \frac{1}{K} \sum_{k \in \tilde{P}} X_k \cdot X_{k-1}; i \in \mathbb{Z} \text{ et } K = M \cdot N.$$

sont les autocovariances empiriques.

En résolvant ce système nous avons la valeur estimée de $X_{i,j}$:

$$\tilde{X}_{i,j} = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=-1}^1 \tilde{d}_{k,l} X_{i-k, j-1} \quad (11)$$

Avec $(k, l) \neq (0, 0)$ et $(k, l) \neq (0, -1)$

3.3.2. Estimation des paramètres par la méthode de Whittle (Whittle, 1954, Guyon, 1975) :

Dans ce cas, on part de la densité spectrale du processus $X_{i,j}$

$$f(\lambda, \mu) = \sigma_u^2 \left| 1 - \sum_{(k,l) \in V} d_{k,l} e^{i(k\lambda + l\mu)} \right|^{-2} \quad (12)$$

où $V = \{(0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$.

Posons $\alpha_1 = d_{0,1}, \alpha_2 = d_{1,-1}, \alpha_3 = d_{1,0}, \alpha_4 = d_{1,1}$

La log-vraisemblance est alors (Khodja, 1992):

$$\begin{aligned} L_N^W = N \cdot \left(\log \sigma_u^2 + \frac{1}{\sigma_u^2} \left((1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2) \tilde{C}_{0,0} \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\alpha_2 \alpha_3 + \alpha_3 \alpha_4 - \alpha_1) \tilde{C}_{0,1} + 2(\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_3) \tilde{C}_{1,0} \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2) \tilde{C}_{1,-1} + 2\alpha_2 \alpha_4 \tilde{C}_{0,2} - 2\alpha_4 \tilde{C}_{1,1} \right. \right. \\ \left. \left. + 2\alpha_2 \alpha_1 \tilde{C}_{1,-2} \right) \right) \end{aligned}$$

Où $\tilde{C}_{k,l}$ sont les autocovariances empiriques définies par :

$$\tilde{C}_{k,l} = \frac{1}{K} \sum_{i,j \in \tilde{P}} \sum_{\substack{i+m, j+n \in \tilde{P}}} X_{i,j} X_{i+k, j+l}, \quad K = \text{card}(\tilde{P}).$$

Et pour estimer les paramètres du modèle, on maximise L_N^W , c'est-à-dire :

$$\frac{\partial L_N^W}{\partial \alpha_i} = 0; \text{ pour } i=1, 2, 3, 4.$$

On trouve $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3, \hat{\alpha}_4$ et $\hat{\sigma}_u^2$.

3.4. Les modèles autorégressifs bilatéraux.

	...	j-1	j	j+1	...
i-1		5	2	6	
i		1	*	3	
i+1		7	4	8	
...					

fig. 4

Nous allons utiliser les modèles autorégressifs bilatéraux pour estimer le niveau de luminance $X_{i,j}$ d'une image donnée.

$$X_{i,j} = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n d_{k,l} X_{i-k, j-1} + e_{i,j} \quad (13)$$

$(k, l) \neq (0, 0)$ et $m, n \in \mathbb{Z}$.

L'erreur entre la valeur courante $X_{i,j}$ et la valeur estimée $\tilde{X}_{i,j}$ est :

$$e_{i,j} = X_{i,j} - \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n \tilde{d}_{k,l} \tilde{X}_{i-k, j-1} \quad (14)$$

$(k, l) \neq (0, 0)$ et $m, n \in \mathbb{Z}$.

Les $\tilde{d}_{k,l}$ sont calculés en minimisant l'expression :

$$S = \sum_{\tilde{P}} \sum_{i,j} (E((X_{i,j} - \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n d_{k,l} X_{i-k,j-l})^2)) \quad (15)$$

$(k,l) \neq (0,0)$ et $m, n \in \mathbb{Z}$.

$$\frac{\partial S}{\partial d_{m,n}} = 0 \quad \text{pour tout } m, n. \quad (16)$$

Des formules (15) et (16) nous obtenons la relation (17) :

$$\sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n d_{k,l} \tilde{C}_{k-m, l-n} = \tilde{C}_{m,n} \quad ; \quad (17)$$

$(k,l) \neq (0,0)$ et $m, n \in \mathbb{Z}$. Pour tout $m, n \in \mathbb{Z}$, les $\tilde{C}_{k,l}$ sont les fonctions d'autocorrélation du processus $(X_{i,j})$. Dans l'équation (17) les $d_{k,l}$ sont les inconnues; (17) est un système linéaire de m équations à n inconnues.

Soit $\tilde{d}_{k,l}$ les solutions de (17) l'estimateur s'écrit alors :

$$\tilde{X}_{i,j} = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n \tilde{d}_{k,l} X_{i-k,j-l} \quad (18)$$

$(k,l) \neq (0,0)$ et $m, n \in \mathbb{Z}$.

La valeur minimum de S est, dans ce cas, égale à

$$S_{\min} = \tilde{C}_{0,0} - \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n \tilde{d}_{k,l} \tilde{C}_{k,l} \quad (19)$$

Remplaçons dans (13) $d_{k,l}$ par $\tilde{d}_{k,l}$ nous obtenons

$$\tilde{X}_{i,j} = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n \tilde{d}_{k,l} X_{i-k,j-l} + e_{i,j} \quad (20)$$

$$\text{et } E(e_{i,j}^2) = S_{\min} = \tilde{\sigma}_e^2 \quad (21)$$

On suppose que $X_{i,j}$ représente la valeur radiométrique du pixel de coordonnées (i,j) . Ce modèle pour le traitement d'image est basé sur le fait que la variable aléatoire, $X_{i,j}$, est corrélée avec ses plus proches (pixels) voisins.

3.4.1. Le modèle bilatéral aux quatre voisins :

	...	j-1	j	j+1	...
...					
i-1			2		
i		1	*	3	
i+1			4		
...					

fig.5

En résolvant l'équation (17) pour $m=1$ et $n=1$, nous trouvons :

$$X_{i,j} = \alpha_1 X_{i,j-1} + \alpha_2 X_{i-1,j} + \alpha_3 X_{i,j+1} + \alpha_4 X_{i+1,j} + \beta e_{i,j} \quad (22)$$

Nous obtenons :

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \frac{\rho_{01}(1 + \rho_{02}) - 2\rho_{11}\rho_{10}}{(1 + \rho_{20})(1 + \rho_{20}) - 4\rho_{11}^2} \quad (23)$$

$$\alpha_2 = \alpha_4 = \frac{\rho_{10}(1 + \rho_{02}) - 2\rho_{11}\rho_{10}}{(1 + \rho_{20})(1 + \rho_{02}) - 4\rho_{11}^2} \quad (24)$$

$$\beta^2 = |1 - 2(\alpha_1 r_{01} + \alpha_2 r_{10})| \quad (25)$$

3.4.2. Le modèle bilatéral aux huit voisins (fig.4):

Le modèle s'écrit :

$$X_{i,j} = \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 d_{k,l} X_{i-k,j-l} + e_{i,j} \quad (26)$$

L'image estimée est représenté par le modèle :

$$\tilde{X}_{i,j} = \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n \tilde{d}_{k,l} X_{i-k,j-l} \quad (27)$$

3.5. Etalement dynamique :

Parmi les valeurs estimées, certaines sont négatives; pour cela nous faisons la transformation suivante :

$$Y_{i,j} = \frac{X_{i,j} - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \cdot 255.$$

où $X_{\max} = \max(X_{i,j})$ et $X_{\min} = \min(X_{i,j})$ pour $i=1, \dots, M$ et $j=1, \dots, N$.

4. ANALYSE DES RESIDUS.

4.1. Introduction :

Si on se réfère à une structure probabiliste, on attend des résidus, dans le cas où le modèle posé est correct, qu'ils se comportent sensiblement comme des erreurs observées. Les graphiques permettent de vérifier la compatibilité avec les hypothèses usuelles:

- (1) : $E(\varepsilon_t) = 0$
- (2) : $\text{Var}(\varepsilon_t) = \text{Var}(X_t) = \sigma_\varepsilon^2$
- (3) : ε_t suit une loi normale $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Dans la pratique, on ne connaît pas les ε_t aussi, dans un test de "non-corrélation des erreurs", on devra nécessairement utiliser les résidus $\tilde{\varepsilon}_t$.

4.2. Procédure de Durbin-Watson (Brenot, 1975).

Pour vérifier l'hypothèse de "non-corrélation des erreurs" on peut considérer les erreurs : $\varepsilon_{1,1}, \varepsilon_{1,2}, \dots, \varepsilon_{1,n}$ suivant la ligne i , et $\varepsilon_{1,j}, \varepsilon_{2,j}, \dots, \varepsilon_{m,j}$ suivant la colonne j .

Notons $dw(1)$ la statistique de Von Neumann suivant les lignes et $dw(c)$ celle suivant les colonnes. Nous avons les rapports de Von Neumann

$$dw(1) = \frac{\sum_{i=2}^m (\varepsilon_{i,j} - \varepsilon_{i-1,j})^2}{\sum_{i=1}^m \varepsilon_{i,j}^2}$$

$$dw(c) = \frac{\sum_{j=2}^n (\varepsilon_{1,j} - \varepsilon_{1,j-1})^2}{\sum_{j=1}^m \varepsilon_{1,j}^2}$$

Ces deux statistiques sont particulièrement adaptées pour le test de l'hypothèse nulle de "non corrélation contre l'hypothèse alternative d'erreurs obéissant à un processus d'autocorrélation de Markov (Khodja, 1992) du premier degré.

Le rapport $dw(*)$ est encadré par deux statistiques Q_1 et Q_2 . Pour un risque α donné :

- si $dw(*) < Q_1(\alpha)$ on rejetera (H_0)
- si $dw(*) > Q_2(\alpha)$ on ne rejetera pas (H_0)
- si $Q_1(\alpha) < dw(*) < Q_2(\alpha)$, on ne peut pas conclure.

Les bornes $Q_1(\alpha)$ et $Q_2(\alpha)$ ont été tabulées par Durbin et Watson pour le risque α de 5% et diverses valeurs d'observations et de nombre de variables. (Von, 1941).

5. APPLICATIONS

Nous allons appliquer la théorie qui a été présentée précédemment à des images de télédétection représentant des thèmes différents

Tous les programmes ont été conçus en langage C. Nous les avons notés comme suit :

Si les paramètres sont estimés par la méthode des moindres carrés généralisés, alors le programme est noté Uni4 (le nombre 4 désigne le nombre de voisins) ; et pour le même modèle, estimé par la méthode de Whittle il est noté Whit4. Pour les modèles bilatéraux, les programmes sont désignés par Hceb suivi d'un nombre précisant l'ordre du modèle. Par exemple Hceb4 désigne le modèle bilatéral aux quatre proches voisins.

Nous allons appliquer les divers modèles et comparer les différentes méthodes d'estimation des paramètres. Pour raison de simplification et par commodité d'écriture, on notera $t(i) = \alpha_i$, pour tout i , où les α_i sont les coefficients intervenants dans le modèle et 'moyres' désigne la moyenne des résidus.

Nous avons pris une image de télédétection SPOT canal 2 représentant une extraction de la forêt de Bouconne (France) en septembre 1988 de taille 128x128, (fig.6), une extraction d'une image de télédétection SPOT panchromatique de la ville d'Oran (urbain) de la même taille (fig.7). Nous avons donc deux images SPOT dont une panchromatique représentant deux thèmes différents.

5.1. Restauration par un ARU au 4 voisins

	Uni4	Whit4
t(1)	0.6265	0.6398
t(2)	0.4738	0.4470
t(3)	0.1225	0.1557
t(4)	-0.3111	-0.3300
σ	0.8953	0.9151
moyres	0.0028	0.0027
dw(1)	1.6783	1.6752
dw(c)	1.5710	1.6079

tab.1.: A.R.U. 4 voisins. (forêt).

	Uni4	Whit4
t(1)	0.7709	0.7667
t(2)	0.0138	0.0138
t(3)	0.7261	0.7215
t(4)	-0.5542	-0.5484
σ	2.7899	2.8743
moyres	-0.0093	-0.0093
dw(1)	1.7812	1.7738
dw(c)	1.7401	1.7322

tab.2.: A.R.U. 4 voisins. (urbain).

5.2. Restauration par les processus autorégressifs bilatéraux

1. le modèle bilatéral aux quatre proches voisins : (Hceb4)

	forêt	Urbain
t(1)	0.3623	0.2898
t(2)	0.1751	0.2522
t(3)	0.3638	0.2908
t(4)	0.1728	0.2505
σ	1.1930	2.4703
moyres	0.0000	-0.005
dw(1)	1.4971	1.4955
dw(c)	1.3947	1.4672
β	0.2926	0.3233

tab.3.: A.R.B. 4 voisins (forêt et urbain)

2. le modèle bilatéral aux huit proches voisins : (Hceb8)

	forêt	Urbain
t(1)	0.3417	0.4994
t(2)	0.3223	0.5028
t(3)	0.3414	0.4998
t(4)	0.3210	0.4986
t(5)	0.0396	-0.2490
t(6)	-0.1988	-0.2494
t(7)	0.0367	-0.2511
t(8)	-0.1990	-0.2511
σ	0.5330	1.6604
moyres	-0.0002	0.0000
dw(1)	2.5407	2.8409
dw(c)	2.4719	2.7833

tab.4.: A.R.B. 8 voisins (forêt et urbain)

5.3. Commentaires :

D'après tous les histogrammes des images restaurées, par les divers modèles, que nous avons tracés, nous pouvons, déjà, remarquer l'apparition de plusieurs pics. Ces derniers traduisent, en effet, l'enrichissement de la composition de l'image estimée de la forêt (fig.8.1 et fig.8.2). Les différences entre les modèles ne sont pas négligeables, mais plutôt remarquables. Comparons, pour l'urbain, les histogrammes de l'image restaurée par le modèle bilatéral aux 4 voisins (fig.9.2) et l'image restaurée par le modèle bilatéral aux 8 voisins (fig.9.3). nous remarquons beaucoup de différences, c'est -à- dire l'apparition d'éléments nouveaux quand on prend un voisinage de type markovien. Comparons aussi les courbes respectives de leurs résidus (fig.9.4) et (fig.9.5) nous voyons, bien entendu de fortes différences. Ceci est du au fait que les images de télédétection sont un peu bruitées; car en fait le processus $(\varepsilon_{i,j}, i=1, \dots, M; j=1, \dots, N)$ n'est pas un bruit blanc. Les statistiques de Durbin-Watson ne sont pas très déterminants. Les courbes des résidus montrent qu'en effet ces derniers sont autocorrélés et par conséquent les modèles sont des modèles dynamiques. Nous terminons les remarques en disant que pour toutes les images de télédétection les bons modèles sont les représentations bilatérales sur un voisinage de huit pixels. Il serait important de souligner que de point de vue analyse thématique l'intérêt des résidus n'est pas sans importance, mais souvent ces derniers sont la clef d'indice de la dynamique thématique. En résumé presque tous les modèles A.R. sont plutôt des modèles dynamiques.

Nous avons, de même, représenté les images de ces trois thèmes et quelques unes de leurs restaurées (fig.6.1 et fig.6.2) pour l'extraction de la forêt de Bouconne, (fig.7.1 et fig.7.2) pour l'extraction de la ville d'Oran (urbain) et

6. Conclusion

A travers ces images brutes et leurs restaurées, on voit nettement leurs structures. Surtout pour les images restaurées par les modèles bilatéraux. Ces images sont, à première vue, divisées en zones homogènes séparées par des contours. Mathématiquement parlant, dans chaque zone homogène, on observe la réalisation d'un processus stationnaire (ou à accroissements stationnaires), on dit ici une *texture*, tandis que les lignes de contours sont des lignes de rupture de modèle. Nous remarquons cela pour les deux thèmes (forêt et urbain). Sur les images estimées de la ville d'Oran (fig.7.1 et fig.7.2) nous constatons que nous avons mis en évidence les réseaux (nous les voyons nettement mieux). Nous remarquons aussi l'apparition des zones homogènes (les îlots) délimitées par des contours. De même sur les images représentant une extraction de la forêt de Bouconne (fig.6.1 et fig.6.2) nous remarquons une nette amélioration de la scène, les zones homogènes sont bien ressorties. Ceci permet une bonne interprétation thématique des images de télédétection.

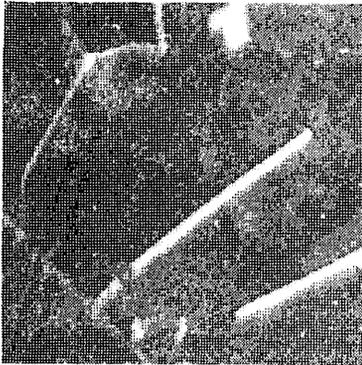


fig.6 :forêt de Bouconne SPOT canal 2. (septembre 1988).

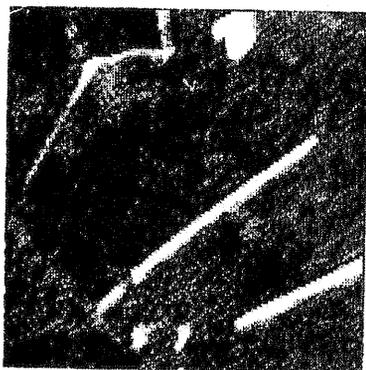


fig.6.1 : image restaurée par le modèle A.R.U. aux 4 voisins par la méthode de Box-Jenkins.

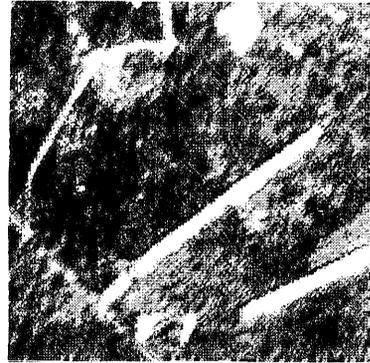


fig.6.2 : image restaurée par le modèle A.R.B. aux 8 voisins.

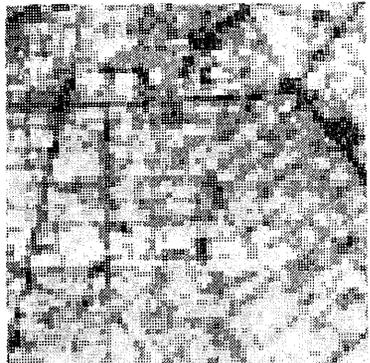


fig.7.Oran (Algérie) image brute SPOT panchromatique.



fig.7.1.Oran: image restaurée par le modèle A.R.B. aux 4 voisins.

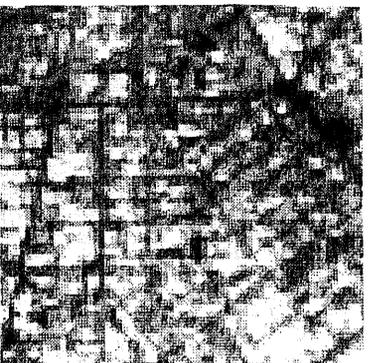


fig.7.2.Oran: image restaurée par le modèle A.R.B. aux 8 voisins.

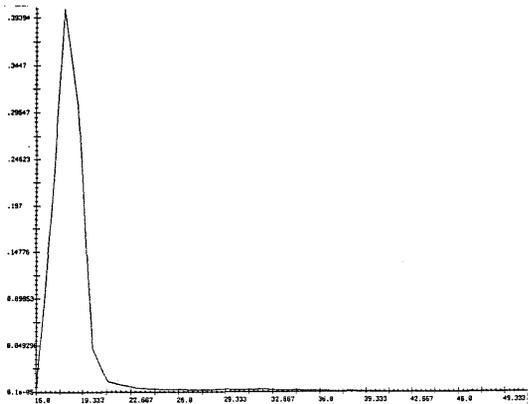


fig.8: Histogramme de l'image brute des données SPOT canal 2 (forêt de Bouconne).

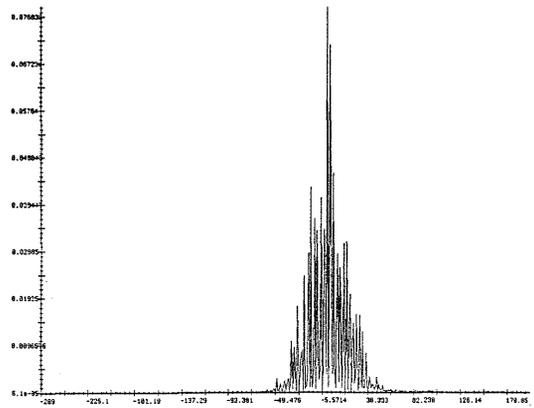


fig.8.3: courbe des résidus de l'image estimée par le modèle A.R.U. (4 voisins) (SPOT canal 2 forêt de Bouconne).

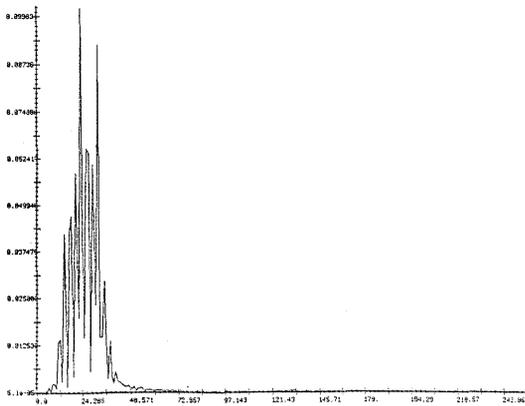


fig.8.1: Histogramme de l'image estimée par le modèle A.R.U. (4 voisins) par la méthode de Box-Jenkins (SPOT canal 2 forêt de Bouconne).

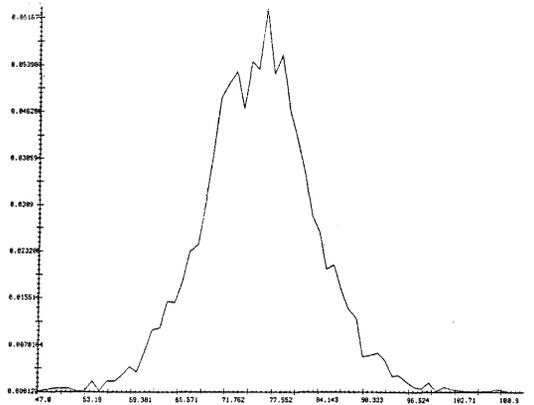


fig.9: Histogramme de l'image brute des données SPOT panchromatique (Oran).

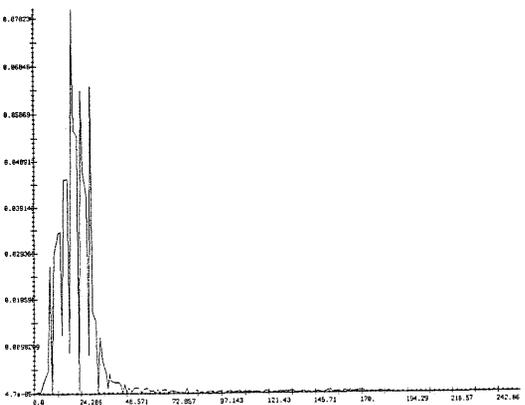


fig.8.2: Histogramme de l'image estimée par le modèle A.R.B. (4 voisins) (SPOT canal 2 forêt de Bouconne).

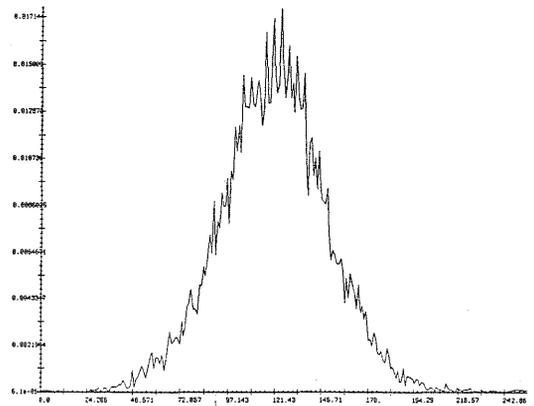


fig.9.2: Histogramme de l'image estimée par le modèle A.R.B. (4 voisins) (SPOT panchromatique Oran).

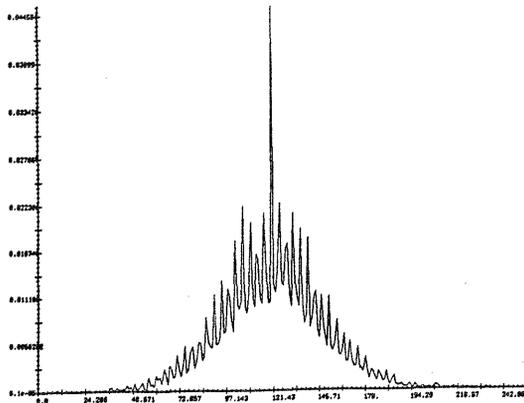


fig.9.1: Histogramme de l'image estimée par le modèle A.R.U. (4 voisins) par la méthode de Box-Jenkins SPOT panchromatique (Oran).

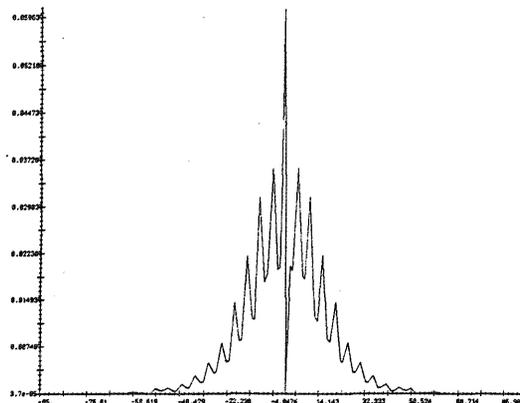


fig.9.5: courbe des résidus de l'image estimée par le modèle A.R.U. (8 voisins) (SPOT panchromatique Oran).

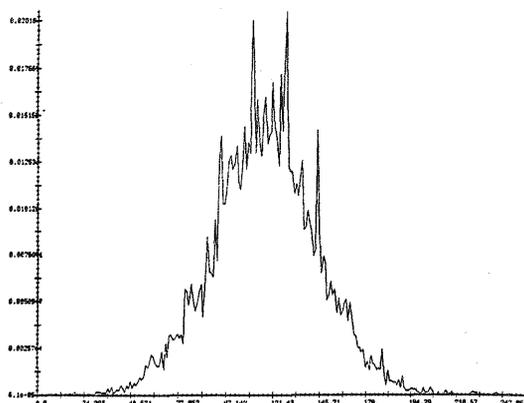


fig.9.3: Histogramme de l'image estimée par le modèle A.R.B. (8 voisins) (SPOT panchromatique Oran).

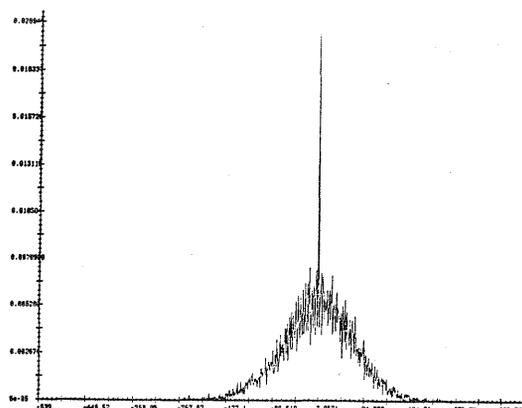


fig.9.4: courbe des résidus de l'image estimée par le modèle A.R.U. (4 voisins) (SPOT panchromatique Oran).

Bibliographie

BOX, G.E.P & JENKINS, G.M. (1970) "Time Series Analysis -Forecasting and Control". Holden-Day : San Francisco.

BRENOT, J., CASES, P. & LACOURLEY, N. (1975) "Pratique de la régression: qualité et protection". Cahier du bureau univ.de recherche opérationnelle, serie recherche, Cahier n°23.Paris.

GUYON, X. (1975) "Champs stationnaires sur Z^2 , Modèles statistiques et Simulations", Publication d'Orsay.

KHODJA, A. (1992) "Statistique Spatiale Et Applications Aux Images de Télédétection" Thèse de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales (E.H.E.S.S.) Paris.

VON NEUMANN, J. (1941) "Distribution of the ratio of the mean square successive difference to the variance". A.M.S.,12, pp.367-395.

WHITTLE, P. (1954) "On Stationary Processes in the Plane" Biometrika 41,(3) and (4), pp.434-449.

WHITTLE, P. (1954)- "The Analysis Of Multiple Stationary Time Series", J.R.S.S. pp.125-139.

Autres articles consultés (non cités).

ANDERSON, TW. (1972) " The Statistical Analysis of Times Series". J. Wiley. New-York.

BARTLETT, M.S. (1946) "On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time Series", Journal of the Royal Statistical Society, vol. 48, n°27.

HART, B.I.(1942) "Tabulation of probabilities for the ratio of the mean square successive difference to the variance" A.M.S.,13, pp.207-214.

KHODJA, A. (1991) "Télédétection: Méthode d'établissement d'une nomenclature par la texture des zones d'une image". 4ème journées scientifiques de télédétection. Montréal (Canada).