COMMISSION II/4

G.Zlatanov, I.Ivanov, Sl.Gajtandjiev, B.Banov

INSTITUT DU GENIE CIVIL, SOFIA, BULGARIE

UN ALGORITHME DE COMPENSATION DE LA PHTOTRIANGULATION SPATIALE DE BLOC

Kurzfassung

es wird ein Algoritmus zur Ausgleichung einer raeumlichen Block-Phototriangulation vorgeschlagen, auf Grund des Vergleichs der Raumwinkel ISJ zwischen der Bilder i und j der Punkte I und J und dem optischen Zentrum S. Bei der Arbeit mit Raumwinkeln ist die Verwendung von Arientierungs- Eulerwinkel der lokalen Koordinatensysteme /verbunden mit der Lage der Kamera im Moment der Aufnahme/ ueberfluessig.

Es sind originelle Formeln zur inneren Orientierung bei Arbeit mit dem STEKOMETER vom Carl Zeiss - Jena vorgeschlagen.

Es wurde eine Testprgramm fuer den Algoritmus fuer EDV-Anlagen EC-1033 entwickelt.

1. La conception

Lors du calcul et de la compensation des phototriangulations spatiales l'une des difficultés qu'il n'est pas facile de surmonter c'est la détermination sûre des angles d'Euler de orientation des systèmes de coordonnées locaux en raport avec l'emplacement du caméra au moment de photographier. Souvent même un de ces paramètres d'orientation reste indéfini. Une issue de cette situation serait d'utiliser des systèmes géodésiques cartésiennes de coordonnées spécialement orientés ou bien de se servir d'éléments qui ne dépendent pas de l'orientation des systèmes de coordonnées locaux par rapport au système géodésique spatial général.

Dans cet exposé nous avons accepté le second cas, en utilisant en qualité de coordonnées générales des coordonnées géodésiques planes /par exemple de Gauss-Krueger/ et les hauteurs /normales/ des points. Evidemment, en cas d'un tel système géodésique /général/ les liens affins entre les systèmes de coordonnées locaux /photogrammétriques/ et le système de coordonnées géodésiques sont détruits. Il est possible de restaurer les liens affins entre les systèmes de coordonnées locaux /qui ont une métrique d'Euclide/ et le système de coordonnées géodésiques ainsi défini /privé de métrique d'Euclide/ en apportant des corrections aux coordonnées d'image à cause de la courbe de la Terre, de la déformation de la projection et l'altitude moyenne de la surface photographiée. Partant de la présomption que les voies d'apporter ces corrections sont notoires, nous prendrons comme point de départ le fait qu'entre les systèmes photogrammétriques et le système géodésique il y a un tel lien affin que l'angle entre deux directions qui partent du centre optique peut être défini avec une précision égale par les coordonnées géodésiques du centre optique et les points du terrain correspondants comme aussi par les coordonnées pfotorgammétriques de ces mêmes points. Dans ce cas, chaque angle spatial entre le centre optique et deux points du terrain /dont les images sont identifiées sur la photo/, il est possible de poser une équation qui exprime l'égalité entre un seul et même angle, défini une fois dans le système de coordonnées géodésiques et une seconde fois dans le système de coordonnées locaux /photogrammétrique/.

2. Système d'équations de départ

Pour chaque photo s sur laquelle il y a des n_s points du réseau analytique on peut former au total $n_s(n_s+1)/2$ angles spatiaux dont seulement $2n_s-3$ peuvent être indépendants linéairement. Dans ce cas il y a deux questions qui se posent:

- comment sera formée la condition d'égalité des angles spatiaux;
- lesquels des couples de points pour lesquels seront posées ces condition sont les plus appropriés.

Examinons d'abord la première question en prenant pour cela deux points du terrain I et J dont les imades sur la photo prise, le centre optique étant S, sont respectivement les points i^s et j^s. Notre but est de trouver, d'une part, une expression analytique d'égalité des angles spatiaux entre les rayons Si^s et Sj^s, et d'autre part, entre les rayons SI et SJ .

Supposons que le système de coordonnées locaux est défini par le trièdre $/\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z/^s$, en commençant du point principal de la photo, tandis que $\bar{e}_x$ est en direction de l'abscisse de photo , $\bar{e}_y$ est en direction de i'ordonnée et $\bar{e}_z$ est dirigé vers le centre optique; supposons encore que le système de coordonnées géodésiques est défini par le trièdre $/\bar{E}_X, \bar{E}_Y, \bar{E}_Z/$.

Pour chaque point K avec une umage k^s nous aurons des coordonnées photogrammétriques $/x_k, y_k, -f/^s$ où x_k, y_k sont les coordonnées phographiques du point k dans le système s, tandis que f est est la distance focale du caméra, ainsi que des coordonnées géodésiques X_K, Y_K, Z_K. Dans ce cas nous pourrions écrire pour le vecteur unique $\bar{r}_k^s$ de la direction SK

$$\bar{r}_k^s = \frac{x_k^s}{d_k^s}\,\bar{e}_x + \frac{y_k^s}{d_k^s}\,\bar{e}_y - \frac{f}{d_k^s}\,\bar{e}_z =$$

$$= \bar{R}_K^s = \frac{X_K}{D_{SK}}\,\bar{E}_X + \frac{Y_K}{D_{SK}}\,\bar{E}_Y - \frac{Z_K}{D_{SK}}\,\bar{E}_Z \,, \qquad /1/$$

où

$$d_k^s = \sqrt{x_k^{s\,2} + y_k^{s\,2} + f^2}\;;$$

$$D_{SK} = \sqrt{/X_K - X_S/^2 + /Y_K - Y_S/^2 + /Z_K - Z_S/^2}\,,$$

ayant X_S, Y_S, Z_S coordonnées géodésiques du centre optique S.
La condition d'égalité des angles entre les directions SI et SJ, d'une part, et les direction Si^s et Sj^s de l'autre, peut être présentée ainsi

$$W^s_{ij} = /\bar{R}^s_I, \bar{R}^s_J/ - /\bar{r}^s_i, \bar{r}^s_j/ = 0 \qquad /2/$$

ce que sous une forme dévloppée peut être écrit comme il suit

$$W^s_{ij} = \frac{X_I X_J}{D_{SI} D_{SJ}} + \frac{Y_I Y_J}{D_{SI} D_{SJ}} + \frac{Z_I Z_J}{D_{SI} D_{SJ}} - \\ - \frac{x^s_i x^s_j}{d^s_i d^s_j} - \frac{y^s_i y^s_j}{d^s_i d^s_j} - \frac{f^2}{d^s_i d^s_j} = 0 \,. \qquad /2a/$$

Si nous acceptons pour les coordonnées géodésiques les va - leurs aproximatives X^o_K, Y^o_K, Z^o_K /K=I,J,S/, alors que

$$\begin{aligned} X_K &= X^o_K + \Delta X_K, \\ Y_K &= Y^o_K + \Delta Y_K, \qquad /3/ \\ Z_K &= Z^o_K + \Delta Z_K, \end{aligned}$$

et si nous présentons les coordonnées photographiques x^s_k, y^s_k /k=i,j/ sous la forme

$$\begin{aligned} x^s_k &= x'^s_k + u^s_k \,, \\ y^s_k &= y'^s_k + v^s_k \,, \end{aligned} \qquad /4/$$

où x'^s_k et y'^s_k sont des coordonnées photographiques mesurées et si nous acceptons que ΔX_K, ΔY_K, ΔZ_K respectivement u^s_k, v^s_k sont de petites quantités, alors l'équation /2a/ peut être présentée sous la form linéaire suivante

$$\begin{aligned} & a^s_{ij}\, u^s_i + b^s_{ij}\, v^s_i + a^s_{ji}\, u^s_j + b^s_{ji}\, v^s_j + \\ & + A^s_{ij}\, \Delta X_I + B^s_{ij}\, \Delta Y_I + C^s_{ij}\, \Delta Z_I + \\ & + A^s_{ji}\, \Delta X_J \quad B^s_{ji}\, \Delta Y_J \quad C^s_{ji}\, \Delta Z_J + \\ & + P^s_{ij}\, \Delta X_S \quad Q^s_{ij}\, \Delta Y_S \quad R^s_{ij}\, \Delta Z_S + W^s_{ij} = 0, \qquad /5/ \end{aligned}$$

où

$$a^s_{pq} = - \frac{x'^s_q}{d'^s_p d'^s_q} + /\bar{r}'^s_p, \bar{r}'^s_q/ \frac{x'^s_p}{d'^{s\,2}_p} \,,$$

$$b^s_{pq} = - \frac{y'^s_q}{d'^s_p . d'^s_q} + /\bar{r}'^s_p, \bar{r}'^s_q/ \frac{y'^s_p}{d'^{s2}_p} \; ; \qquad /5a/$$

$$A^s_{pq} = - \frac{X^o_Q - X^o_S}{D^o_{SP} . D^o_{SQ}} + /\bar{R}^{so}_P, \bar{R}^{so}_Q/ \frac{X^o_P - X^o_S}{D^{o\,2}_{SP}} \; ,$$

$$B^s_{pq} = - \frac{Y^o_Q - Y^o_S}{D^o_{SP} . D^o_{SQ}} + /\bar{R}^{so}_P, \bar{R}^{so}_Q/ \frac{Y^o_P - Y^o_S}{D^{o\,2}_{SP}} \; , \qquad /5b/$$

$$C^s_{pq} = - \frac{Z^o_Q - Z^o_S}{D^o_{SP} . D^o_{SQ}} + /\bar{R}^{so}_P, \bar{R}^{so}_Q/ \frac{Z^o_P - Z^o_Q}{D^{o\,2}_{SP}} \; ;$$

$$P^s_{ij} = - /A^s_{ij} + A^s_{ji}/,$$
$$Q^s_{ij} = - /B^s_{ij} + B^s_{ji}/, \qquad /5c/$$
$$R^s_{ij} = - /C^s_{ij} + C^s_{ji}/;$$

$$W^s_{ij} = /\bar{R}^{so}_P, \bar{R}^{so}_Q/ - /\bar{r}'^s_p, \bar{r}'^s_q/; \qquad /5d/$$

alors que

$$p,q = i,j;\; j,i;\; p \neq q;$$
$$P,Q = I,J \;;\; P \neq Q \;.$$

Des côtés droits de /5a/ et /5b/ l'index "′" signifie que les quantités respectives sont calculées à l'aide des valeurs mesurées des coordonnées photographiques, tandis que l'index "o" signifie que les quantités respectives sont calculées avec les coordonnées géodésiques approximatives des points du réseau.

L'équation /5/ n'est rien d'autre qu'une équation de condition avec d'inconnues pour l'angle spatial /ISJ/.

Après avoir montré quel est l'aspect général de l'équation exprimant l'égalité des angles /ISJ/ et /iSj/ nous montrerons à présent comment pouvons-nous définir des équations possibles $n_s(n_s-1)/2$ pour la photo s les équation linéairement indépendantes les plus appropriées - dont la quantitée est $2n_s-3$.

Les recherches entreprises à ce sujet par le groupe d'auteurs eurent pour résultat l'algorithme suivant. Pour chaque photo il faut déterminer tout d'abord l'emplacement de quatre points de base - un dans chaque coin de la photo;le point de base est le plus rapproché du coin respectif de la photo. Pour les quatre points de base /numérotés 1,2,3 et 4/ sont définis les cinq angles spatiaux linéairement indépendants suivants: /1S2/,/2S3/, /3S4/,/4S1/ et /1S3/ ou bien /2S4/. Plus loin pour chaque point suivant k /k=5,n_s/sont définis deux angles spatiaux /iSk/ et

/jSk/ où i,j = 1,2,3,4 alors que $i \neq j$. Il devient éviden que ici nous avons le choix entre 6 combinaison possibles. Il paraît que la solution la plus stable est celle de cet angle /pkq/ pour lequel

$$\min_{i,j} |\cos(ikj)| = |\cos(pkq)| .$$

En choisissant ainsi deux angles spatiaux pour chacun des points k /$k=5,n_s$/, nous aurons, ensemble avec les cinq angles spatiaux entre les quatre points de base, au total $5+2(n_s-4) = 2n_s-3$ angles spatiaux liaéairement indépendants qui mènent en autre à une stabilité maximum des solutions.

3. Obtention d'un système d'équation équivalent pour la photo s; compensation

Supposon qu'en nous y prenant comme mentionné au point précédent $2n_s-3$ équations de condition ont été posées pour la photo s et dans ces équations sont inscrite les corrections des coordonnées photographiques comme aussi les corrections des coordonnées géodésiques approximatives de tous les points du réseau analytique, photographiés sur la photo s, comme aussi les corrections des coordonnées géodésiques approximatives du centre optique S. Présentons ce système d'équations de condition par l'équation matriciele suivante

$$\underset{(2n_s-3,2n_s)}{A_s} \underset{(2n_s,1)}{V_s} + \underset{(2n_s-3,3)}{B_s} \underset{(3,1)}{X_s} + \underset{(2n_s-3,m)}{C_s} \underset{(m,1)}{Y_s} + \underset{(2n_s-3,1)}{W_s} = 0$$

form. /6/

où V_s est la colonne des corrections apportées aux coordonnées photographiques des tous les points /n_s/, X_s est la colonne des corrections inconnues des coordonnées géodésiques approximatives du centre optique, Y_s est la colonne des corrections inconnues des coordonnées approximatives des points du réseau analytique / $m \leq 2n_s$ car entre les points il peut en avoir de donnés - soit par X,Y,Z, soit par X,Y, soit parZ/, tandis que W_s est la colonne des membres libres.

Du système /6/ on passe d'abord vers un système équivalent de équations des corrections où partcipent en qualité d'inconnues les élémente de X_s et Y_s. Pour cela on passe d'après la méthode de l'orthogonalisation consécutive I 4 I de l'équation /6/ à l'équation

$$\tilde{A}_s V_s + \tilde{B}_s X_s + \tilde{C}_s Y_s + \tilde{W}_s = 0 \qquad /7/$$

où les matrices transformées sont calculées d'après les liaison

$$\begin{aligned} \tilde{A}_s &= T^{t^{-1}} A_s , \\ \tilde{B}_s &= T^{t^{-1}} B_s , \\ \tilde{C}_s &= T^{t^{-1}} C_s , \\ \tilde{W}_s &= T^{t^{-1}} W_s , \end{aligned} \qquad /8/$$

où T est une matrice triangulaire supérieure, obtenue lors de la décomposition orthogonale A_s $/A_s = T^t \tilde{A}_s;\ \tilde{A}_s \tilde{A}_s^t = E/$.

Pour la tronsformation numérique /6/ ⇒ /7/ nous pouvons nous représenter une matrice $U_s = [A_s\ B_s\ C_s\ W_w]$ sur laquelle on fait $2n_s-3$ réduction d'après les formules

$$U_{kj} = U_{kj.k} = U_{kj.k-1} \Big/ \sqrt{\sum_{l=1}^{2n_s} U_{kl.k-1}^2} \ ;$$

$$U_{ij.k} = U_{ij.k-1} - U_{kj.k} \sum_{l=1}^{2n_s} U_{kl.k}\, U_{il.k-1} \ ;$$

$$k = 1,2,\dots,2n_s-3,$$
$$i = k+1,k+2,\dots,2n_s-3,$$
$$j = 1,2,\dots,5ns - 1.$$

form. /9/

En suivant l'algorithme de la compensation conditionnelles multi-groupe avec des inconnues I 4 I, nous obtenons du système transformé d'équations de condition le système d'équations équivalentes des corrections

$$\delta_s = \tilde{B}_s X_s + \tilde{C}_s Y_s + \tilde{W}_s \qquad /10/$$

desquelles, après une condensation horizontale I 4 I,I 5 I , on arrive au système

$$\delta'_s = \hat{C}_s Y_s + \hat{W}_s \qquad /11/$$

où

$$\hat{C}_s \equiv / E - \hat{B}_s^t \hat{B}_s / C_s$$

$$\hat{W}_s = / E - \hat{B}_s^t \hat{B}_s / \tilde{W}_s \qquad /12/$$

Dans l'équation /12/ la matrice $\hat{B}_s$ est vertcale aux dimensions de $\tilde{B}_s$,c'est-à-dire$(2n_s-3,3)$, obtenue lors de la décomposition orthogonale de $\tilde{B}_s = \hat{B}_s T$, où T est une matrice triangu laire supérieur; $\hat{B}_s$ est une matrice avec des colonnes qui sont orthogonales entre elles$(\hat{B}^t \hat{B} = E)$.

Il est évident que la compensation de tout le réseau revient à poser toutes les équations du type /11/ et à leur solution conjointe lors de la condition

$$\sum_s \delta_s^t \delta_s = \min. \qquad /13/$$

La preuve que la condition /13/ est équivalente à la condition

$$\sum_s V_s^t V_s = \min \qquad /13a/$$

qui devrait être placée sur l'équation de départ /7/ peut être trouvée en I 4 I.

La solution conjointe d'équation /11/ lors de la condition /13/ peut être facilement trouvée par exemple d'après la méthode des gradients conjugués qui permet de trouver la solution du problème et par la voie des itérations dans son aspect non-linéaire, ou bien d'après la méthode d'accroissement I 4 I qui permet par ailleurs de faire des itérations pour chaque bande séparément /cela raccourcit fortement le temps nécessaire au calcul/. On pourrait enfin se servir aussi des algorithmes de condensation proposés dans I 4 I, I 5 I comme aussi d'autres méthodes connues dans la littérature pour résoudre de grands systèmes d'équations.

En résultat de la compensation nous obtiendrons les corrections des coordonnées géodésiques approxumatives des points du réseau analytique, et au gré, de leurs erreurs moyennes.

Il n'y a nulle difficulté pratique de calculer aussi les corrections fictives δ_s d'après la formule /11/.

Finalement, partant de /7/, prenant en cosidération /10/, on calcule aussi les corrections des coordonnées photographiques

$$V_s = - \tilde{A}_s^t \, \delta_s . \qquad /14/$$

Nous notons que l'erreur moyenne des coordonnées photographiques mesurées dont la valeur est un indice important de la qualité des mesures /coordonnées photographiques/ faite dans le réseau analytique n'est que l'erreur moyenne de poid unité.

4. Adaptation de l'algorithme pour le travail avec le STECOMETRE de VEB Carl Zeiss - Jena

Comme il est à voir de l'exposé, les données de sortie pour la compensation doivent être les coordonnées photographiques de ces points du réseau analytique que l'on obtient le plus facilement à l'aide d'un monocomparateur. Cela exige pourtant de marquer au préalable les points du réseau analytique ce qui complique la situation optimum des points du réseau sur les différentes photos et stéréo-modèles. Voila pourquoi, comme nous le savons, dans certains cas les points sont marqués au laboratoire ou bien on se sert de points du site qui ont été identifiés par stéréo-couples. Dans le dernier cas, il devient nécessaire de travailler avec des stéréo-comparateurs automatisés de précision tel le STECOMETRE de VEB Carl Zeiss - Jena. En règle générale on peut lire sur les stéréo-comparateurs les coordonnées photographiques et les parallaxes ce qui complique un peu la réorientation des photographies. Sur le STECOMETRE on lit pour chaque point x'/à gauche/ et y"/à droite/, une parallaxe horizontale /p/ et une parallaxe vérticale /q/.

La transformation des axes de coordination du STECOMETRE en axes de coordination, fixés par les marques sur les bords de la photo /1 - gauche, 2 - droit, 3 - supérieur, 4 - inférieur/ peut se faire d'après la formule

$$\begin{aligned}
\bar{x}'_k &= x'_k - x'_o + /y''_k - y''_o/\, K' + /q_k - q_o/\, K' \\
\bar{y}''_k &= y''_k - y''_o + /x'_k - x'_o/\, K'' + /p_k - p_o/\, K'' \\
\bar{p}_k &= p_k - p_o + /y''_k - y''_o/./K' - K''/ + /q_k - q_o/\, K' \\
\bar{q}_k &= q_k - q_o + /x'_k - x'_o/./K' - K''/ + /p_k - p_o/\, K''
\end{aligned} \qquad /15/$$

alors que

$$x'_o = \frac{[x']_1^4}{4}, \quad y''_o = \frac{[y'']_1^4}{4}, \quad p_o = \frac{[p]_1^4}{4}, \quad q_o = \frac{[q]_1^4}{4};$$

$$K' = \frac{1}{5D}\left(/q_2 - q_1/ + /p_4 - p_3/ + 2/y''_2 - y''_1/ + 3/x'_4 - x'_3/\right)$$

$$K'' = \frac{1}{5D}\left(/q_2 - q_1/ + /p_4 - p_3/ - 2/x'_4 - x'_3/ - 3/y''_2 - y''_1/\right)$$

où D est la distance approximative entre les marques de bords opposées /1 -2 , 3 - 4 /.

Tout à la fin on calcule aussi les coordonnées photographiques non mesurées

$$\bar{x}''_k = \bar{x}'_k - \bar{p}_k \; ; \quad \bar{y}'_k = \bar{y}''_k - \bar{q}_k \, . \qquad /16/$$

Avec les coordonnées x', y' respectivement x'', y'' on entre dans les équation données au point 3. Ici il y a quelque chose incorrecte - l'utilisation de quantités correlatives, telles que $\bar{x}'$ et $\bar{x}''$, resp. $\bar{y}'$ et $\bar{y}''$. La corélation engendrée par l'équation /16/ pourait facilement être définie, mais la corélation entre $\bar{x}'$, $\bar{y}''$, $\bar{p}$ et $\bar{q}$ complique fortment le problème à cause de l'équation /15a/. Si nous ajoutons encore les dépendances survenues par suite des corrections des coordonnées photograph - phiques à cause de la déformation de la plaque et la distor - sion radiale, le problème se compliquera encore plus. C'est pour cette raison que nous négligerons les dépendances corélatives des coordonnées photogrphiques $\bar{x}'$, $\bar{y}'$, $\bar{x}''$, $\bar{y}''$ et commenceront avec elles les calculs de compensation comme avec de mesures d'une précision égale et non-coréliées. Pratiquement il n'y a d'autre issue.

L i t e r a t u r e

1. Lobanov A.N. - Photogrammetrie analitique.Moskou,1972 /en russe/.
2. Lobanov A.N.,Ofsjannikov R.P. et autres - Application des ordinateurs en Photogrammetrie. Moskou,1975.
3. Pavlov V.N. - Calcul des observations photogrammètriques. Leningrad,1976 /en russe/.
4. Zlatanov G. - Méthodes de linformatique en géodésie. Sofia,1979 /en bulgare/
5. Zlatanov G. - Algorithme de compensation des réseaux géo - désiques. XV Congrées de la FIG, Stockholm 1977.
6. Jordan-Eggert-Kneissl - Handbuch der Vermessungskunde. Band III-a,Photogrammetrie, Stutgart: J.B.Metzler 1972.