

Kommission Nr. III/3

Dr. Ing. Gentcho I. Genov

Wissenschaftlich-Technischer Verband, Sofia, Bulgarien

ÜBER DEN EINFLUSS DER LICHTSTRAHLENREFRAKTION AUF DIE RÄUMLICHEN KOORDINATEN DER PUNKTE BEI DER AUSWERTUNG VON STEREO-LUFTBILDPAAREN

Abstrakt

Bei der analytischen Auswertung von Stereoluftbildpaaren, wie auch bei der Arbeit mit Analogauswertegeräten, besonders bei der Anwendung von Bildern, auf denen die Erdoberfläche vom Weltraum aus, d.h. von grösseren Höhen, aufgenommen ist, ist die Einwirkung der Lichtstrahlenrefraktion auf die räumlichen Koordinaten der Punkte zu berücksichtigen. In dieser Arbeit werden Formeln abgeleitet und analysiert, mit denen sich die Deformation der räumlichen Koordinaten der Punkte infolge der Refraktion berechnen lässt. Es wird auch darauf hingewiesen, daß die abgeleiteten Formeln erfolgreich bei der Berücksichtigung des Einflusses der Verzeichnung des Objektivs auf die räumlichen Koordinaten der Punkte verwendet werden können.

Der Einfluß der Lichtstrahlenrefraktion, der Verzeichnung des Objektivs und der anderen systematischen Fehler wird besonders bemerkenswert bei der Ermittlung der räumlichen Koordinaten von Punkten nach kleinmaßstäbigen Bildern, z.B. bei Anwendung von Satellitenaufnahmen. Deshalb ist die Berücksichtigung dieses Einflusses bei der analytischen oder analogen Auswertung von Stereobildpaaren der Satellitenaufnahmen unerlässlich.

Die Frage der photogrammetrischen Refraktion ist durch verschiedene Autoren untersucht worden, wobei sie in Verbindung mit der Anwendung der Satellitenaufnahmen der Erde immermehr an Bedeutung gewinnt. Dadurch, daß die Atmosphäre um die Erdoberfläche aus einer Reihe fast sphärischen Schichten besteht, und jede dieser Schichten unterschiedliche Temperaturverteilung, spezifische Dichte und Luftdruck aufweist, erfahren die Lichtstrahlen in ihrem Weg von der Erde bis zum Objek-

tiv der Bildkammer bei dem Photographieren der Erdoberfläche, eine Brechung vom Lot weg, also Refraktion (Abb.1). Diese Erscheinung verursacht eine Radialverschiebung der Bildpunkte in Bezug auf Nadirpunkt n , wobei sich der Zenitwinkel Z vergrößert.

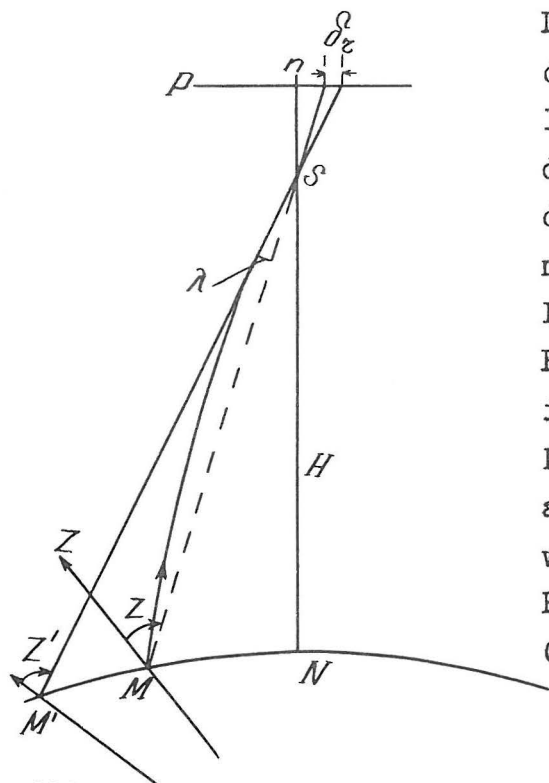


Abb.1
wobei

Z = des Zenitwinkels, der sich näherungsweise aus dem Ausdruck

$$\operatorname{tg} Z = \frac{L}{H} \quad (2)$$

errechnen lässt,

H_g = der Meereshöhe der Punkte, für die die Refraktion zu bestimmen ist,

H_a = der Meereshöhe der Bildaufnahme,

L = des Radialabstandes vom Nadirpunkt bis zu dem Meßpunkt und

H = der Bildaufnahmehöhe über die Gelendeoberfläche sind.

Bei der Auswertung von Stereobildpaaren werden Fehler infolge der Refraktion in die räumlichen Koordinaten der Punkte verursacht. Um den Einfluß der Strahlenrefraktion auf die räum-

Der Winkel λ im Punkt S , zwischen der geradlinigen Verbindung des Geländepunktes mit dem Bildpunkt und dem tatsächlichen Verlauf des Abbildungsstrahles, stellt die photogrammetrische Refraktion dar. Für die Berechnung dieses Winkels gibt es Formel verschiedener Autoren. Hier ist die Berechnungsformel von Kuštin, I.F., als bequem und mit ausreichender Genauigkeit, ausgewählt worden, die die Flughöhen $H \approx 70$ km die Refraktion durch die Gleichung

$$\lambda'' = 481,3 \frac{\operatorname{tg} Z}{H_a} e^{-0,1423 H_g} \quad (1)$$

angibt,

lichen Koordinaten der Punkte bestimmen zu können, ist Abb.2 näher, zu betrachten.

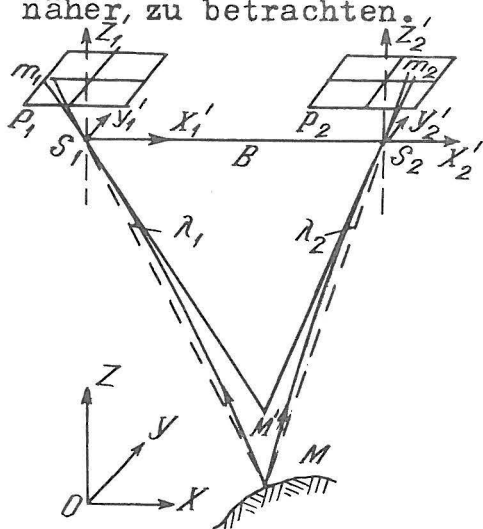


Abb.2

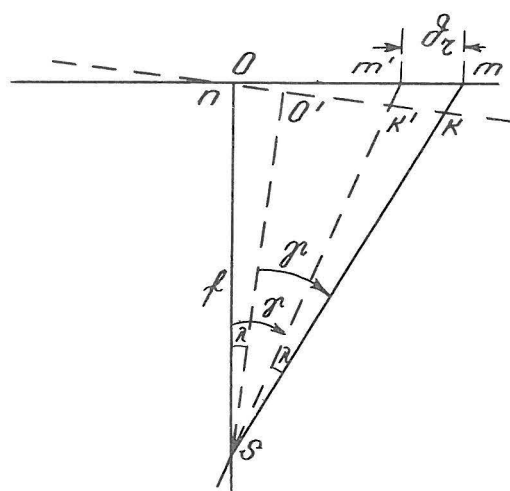


Abb.3

Bei einer senkrechten Aufnahme P und Bildaufnahme in refraktionsfreiem Feld, wird sich im Bildraum ein nicht verzerrtes Strahlenbündel ergeben, wobei bei der rückwertigen Projektierung der Abbildung durch das Objektiv die Strahlen auf die entsprechenden Geländepunkte einfallen würden. Betrachtet man ein einziger Strahl, z.B. der Strahl, der aus Punkt M kommt, dann wird man feststellen, daß derselbe bei Aufnahme in refraktionsfreiem Feld in Punkt m' , und in refraktionsbehaftetem Feld in Punkt m abgebildet wird (Abb.3). Wird das nicht verzerrte Strahlenbündel in Winkel λ geneigt, d.h. wenn es um eine Achse gedreht wird, die rechtwinklig der Ebene Smm' ist, dann wird die neue Lage des Strahlenbündels mit der Lage identisch sein, die sich bei der Bildaufnahme in refraktionsbehaftetem Feld mit einer Refraktion gleich λ ergeben würde.

Tatsächlich ist es aus Bild 3 zu ersehen, daß

$$\begin{aligned} \overline{om'} &= f \operatorname{tg} \gamma \\ \overline{o'k} &= f \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned} \quad (3)$$

Daraus folgt es, daß $\overline{om'} = \overline{o'K}$ ist.

Das heißt, daß die Neigung der optischen Achse in Winkel λ in der Ebene Oms die Projektierung eines Strahlenbündels, das bei der Bildaufnahme im Refraktionsfeld entstanden ist, nachbilden kann. Wird man also die beiden Projektionskammer in Winkel λ_1 und λ_2 neigen, dann wird sich eine räumliche Lage des Punktes ergeben, die der bei der Bildaufnahme unter Strahlen-

refraktionseinfluß erhaltenen Lage entspricht.

Es ist bekannt, daß die räumlichen Koordinaten der Punkte bei der Auswertung von Stereobildpaar nach den folgenden Gleichungen bestimmt werden

$$\begin{aligned} X &= NX_1' \\ Y &= NY_1' \\ Z &= NZ_1' \end{aligned} \quad (4)$$

wobei

$$N = \frac{B_Z X_2' - B_X Z_2'}{Z_1' X_2' - X_1' Z_2'} \quad \text{und} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} X_1' &= a_1 x_1 + a_2 y_1 + a_3 z_1 \\ Y_1' &= b_1 x_1 + b_2 y_1 + b_3 z_1 \\ Z_1' &= c_1 x_1 + c_2 y_1 + c_3 z_1 \end{aligned} \quad (6)$$

und x_1, y_1, z_1 die gemessenen Bildkoordinaten der Punkte sind. Die angegebenen Cosinuswerte a, b, c werden nach der Gleichungen

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos \varphi \cos \alpha - \sin \varphi \sin \omega \sin \alpha \\ a_2 &= -\cos \varphi \sin \alpha - \sin \varphi \sin \omega \cos \alpha \\ a_3 &= -\sin \varphi \cos \omega \\ b_1 &= \cos \omega \sin \alpha \\ b_2 &= \cos \omega \cos \alpha \\ b_3 &= -\sin \omega \\ c_1 &= \sin \varphi \cos \alpha + \cos \varphi \sin \omega \sin \alpha \\ c_2 &= -\sin \varphi \sin \alpha + \cos \varphi \sin \omega \cos \alpha \\ c_3 &= \cos \varphi \cos \omega. \end{aligned} \quad (7)$$

Die Winkel φ, ω, α sind die Eulersche Drehwinkel der Achsen des Koordinatensystems Oxy gegenüber S x', y', z' .

Liegt der Vektor der Refraktion beim Bild P_1 so, wie auf Abb.4 gezeigt, zerlegt sich dann derselbe in den beiden Koordinatenachsen x und y

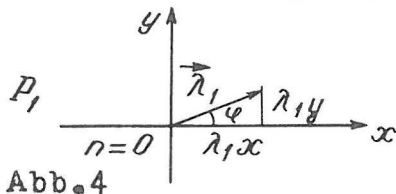


Abb.4

$$\begin{aligned} r_1 x &= r_1 \cos \alpha \\ r_1 y &= r_1 \sin \alpha, \end{aligned} \quad (8)$$

wobei x und y die abgelesenen Bild-

koordinaten sind und $\text{tg } \varphi = \frac{y}{x}$ ist.

Beim Auswahl eines passenden Koordinatensystems, ähnlich dem am Abb.2 gezeigten, wird es deutlich, daß $\lambda_x = \varphi$, $\lambda_y = \omega$.

Nimmt man in Betracht, daß der Wert der Refraktion klein ist und zwischen 2" und 20" liegt, dann werden aufgrund der Gleichungen (6) für die räumlichen Koordinaten des Punktes die folgenden Gleichungen gelten

$$X_1' = x_1 + f\lambda_{1x}, \quad Y_1' = y_1 + f\lambda_{1y}, \quad Z_1' = x_1\lambda_{1x} + y_1\lambda_{1y} - f, \quad (9)$$

$$X_2' = x_2 + f\lambda_{2x}, \quad Y_2' = y_2 + f\lambda_{2y}, \quad Z_2' = x_2\lambda_{2x} + y_2\lambda_{2y} - f,$$

wo $Z_1 = Z_2 = -f$ angenommen ist.

Ersetzt man die Größen aus (9) in (5), wird man nach entsprechender Bearbeitung und Kürzung den folgenden Ausdruck für den Skalarfaktor N erhalten:

$$N = \frac{B}{P} - \frac{B}{P} \frac{x_2\lambda_{2x} - y_2\lambda_{2y}}{f}. \quad (10)$$

Anschließend werden nacheinander N und X_1' , Y_1' , Z_1' in (4) ersetzt und nach Bearbeitung für die räumlichen Koordinaten des Punktes und Berücksichtigung der Refraktion die folgenden Ausdrücke gefunden

$$X = \frac{B}{P} x_1 - \frac{B}{P} \left(\frac{x_1 x_2}{f} \lambda_{2x} + \frac{x_1 y_2}{f} \lambda_{2y} - f\lambda_{1x} \right), \quad (11)$$

$$Y = \frac{B}{P} y_1 - \frac{B}{P} \left(\frac{y_1 x_2}{f} \lambda_{2x} + \frac{y_1 y_2}{f} \lambda_{2y} - f\lambda_{1y} \right), \quad (12)$$

$$Z = -\frac{B}{P} f + \frac{B}{P} (x_1\lambda_{1x} + x_2\lambda_{2x} + y_1\lambda_{1y} + y_2\lambda_{2y}). \quad (13)$$

Wie es zu ersehen ist, haben die Korrekturen der räumlichen Koordinaten der Punkte zur Berücksichtigung der Refraktion die folgenden Werte:

$$\Delta R_x = -\frac{B}{P} \left(\frac{x_1 x_2}{f} \lambda_{2x} + \frac{x_1 y_2}{f} \lambda_{2y} - f\lambda_{1x} \right), \quad (14)$$

$$\Delta R_y = -\frac{B}{P} \left(\frac{y_1 x_2}{f} \lambda_{2x} + \frac{y_1 y_2}{f} \lambda_{2y} - f\lambda_{1y} \right), \quad (15)$$

$$\Delta R_z = +\frac{B}{P} (x_1\lambda_{1x} + x_2\lambda_{2x} + y_1\lambda_{1y} + y_2\lambda_{2y}). \quad (16)$$

Wird man die Formel (14), (15) und (16) anwenden, kann man die Korrekturen der räumlichen Koordinaten der Standartpunkte zur Berücksichtigung des Einflusses der Refraktion verfolgen.

In Abhängigkeit von der Lage des Punktes im Stereobildfeld (Abb.5) werden die Vektoren λ_x und λ_y entsprechende Vorzeichen haben. So z.B., wird der Wert λ_{1x} für den Standartpunkt 6 ein plus Vorzeichen, und λ_{1y} ein minus Vorzeichen tragen. Auf Grund des oben gesagten ist die Tabelle 1 für das linke und für das rechte Bild zusammengestellt.

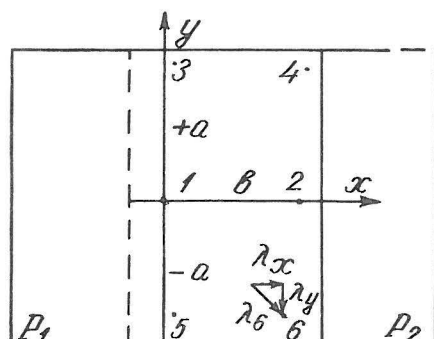


Abb.5

Tabelle 1

Nr.	x_1	y_1	x_2	y_2	λ_{1x}	λ_{1y}	λ_{2x}	λ_{2y}
1	0	0	-b	0	0	0	$-\lambda_{2x}$	0
2	b	0	0	0	λ_{1x}	0	0	0
3	0	a	-b	a	0	λ_{1y}	$-\lambda_{2x}$	λ_{2y}
4	b	a	0	a	λ_{1x}	λ_{1y}	0	λ_{2y}
5	0	-a	-b	-a	0	$-\lambda_{1y}$	$-\lambda_{2x}$	$-\lambda_{2y}$
6	b	-a	0	-a	λ_{1x}	$-\lambda_{1y}$	0	$-\lambda_{2y}$

Durch die Angaben der Tabelle 1 und die Gleichungen (14), (15) und (16) werden die Formel für die Korrekturen der räumlichen Koordinaten der Standartpunkte, die in der Tabelle 2 zusammengestellt sind, erhalten.

Tabelle 2

Nr.	ΔR_x	ΔR_y	ΔR_z
1	0	0	$\frac{B}{P} b \lambda_{2x}$
2	$\frac{B}{P} f \lambda_{1x}$	0	$\frac{B}{P} b \lambda_{1x}$
3	0	$-\frac{B}{P} \left(\frac{a b}{f} \lambda_{2x} + \frac{a^2}{f} \lambda_{2y} - f \lambda_{1y} \right)$	$\frac{B}{P} (b \lambda_{2x} + 2 a \lambda_{1y})^*$
4	$-\frac{B}{P} \left(\frac{a b}{f} \lambda_{2y} - f \lambda_{1x} \right)$	$-\frac{B}{P} \left(\frac{a^2}{f} \lambda_{2y} - f \lambda_{1y} \right)$	$\frac{B}{P} (b \lambda_{1x} + 2 a \lambda_{1y})^*$
5	0	$-\frac{B}{P} \left(\frac{a b}{f} \lambda_{2x} - \frac{a^2}{f} \lambda_{2y} + f \lambda_{1y} \right)$	$\frac{B}{P} (b \lambda_{2x} + 2 a \lambda_{1y})^*$
6	$-\frac{B}{P} \left(\frac{a b}{f} \lambda_{2y} - f \lambda_{1x} \right)$	$-\frac{B}{P} \left(\frac{a^2}{f} \lambda_{2y} + f \lambda_{1y} \right)$	$\frac{B}{P} (b \lambda_{1x} + 2 a \lambda_{1y})^*$

*) Angenommen, daß $\lambda_{1y} = \lambda_{2y} = \lambda_y$

In der Tabelle 3 sind die Zahlenwerte der Korrekturen in m für die räumlichen Koordinaten der Punkte zur Berücksichtigung des Einflusses der Refraktion bei den folgenden Angaben

der Bildaufnahme zusammengestellt:

Maßstab der Bildaufnahmen $\frac{B}{P} = 1\ 200\ 000$; Refraktion in den Punkten 4 und 6, $\lambda_4 = \lambda_6 = 6''$ und im Punkt 2 $\lambda_2 = 4''$; Brennweite der Kammer $f = 200\text{ mm}$; Maß der Bilder und der Längsüberdeckung $a=b= 70\text{ mm}$.

Tabelle 3

Punkt-Nr.	ΔR_x m	ΔR_y m	ΔR_z m	$ \lambda_{1x} $	$ \lambda_{1y} $	$ \lambda_{2x} $	$ \lambda_{2y} $
1	0	0	1,6	0	0	4"	0
2	4,6	0	1,6	4"	0	0	0
3	0	3,4	5,1	0	4"	4"	4",3
4	4,4	4,4	5,1	4",3	4",3	0	4"
5	0	-3,4	5,1	0	4"	4",3	4",3
6	4,4	-4,4	5,1	4",3	4",3	0	4"

Die Formel (14), (15) und (16) kann man auch für die Errechnung der Korrekturwerte der räumlichen Koordinaten zur Berücksichtigung des Einflusses der Objektivsverzeichnung anwenden. Die Verzeichnung des Objektivs kann radial und tangential sein. Sie deformiert das Strahlenbündel im Bildraum auf ähnliche Weise, wie die Deformation durch die Strahlenrefraktion. Aus Abb.3 ist es ersichtlich, daß wenn man σ_z^l als Bildpunktfehler durch den Einfluß der Objektivsverzeichnung annimmt, wird dann der entsprechende Winkelwert mit der Gleichung

$$\lambda'' = r \frac{f}{f^2 - r^2} \rho'' \quad (17)$$

bestimmt sein.

Es ist bekannt, daß bei den modernen Luftbildkammern die Verzeichnung des Objektivs im Bereich des Bildes in den Grenzen von $\bar{=} 0,02\text{ mm}$ bis $\bar{=} 0,002\text{ mm}$ liegt, wird also der Winkel λ für jeden Punkt verschiedene Vorzeichen und Werte aufweisen. Für die Winkelgrößen der Verzeichnung finden wir nach (17) für einen Punkt mit $r = 100\text{ mm}$ und $f = 200\text{ mm}$

$$\begin{array}{cccc} \sigma_r^l \text{ mm} & = 0,02 & 0,01 & 0,005 & 0,002 \\ \lambda'' & = 16'',5 & 8'',2 & 4'',2 & 1'',7 \end{array}$$

In der Tabelle 4 sind die Zahlenwerte der Korrekturen der

räumlichen Koordinaten der Standartpunkte 3 und 4 zur Berücksichtigung der Verzeichnung des Objektivs bei den folgenden Angaben der Bildaufnahme zusammengestellt:

$$\frac{B}{P} = 1200000, f = 200 \text{ mm}, a = b = 70 \text{ mm und } \delta_r^0 = 0,02 \text{ mm}$$

Punkt-Nr.	ΔR_x m	ΔR_y m	ΔR_z m	$ \lambda_{1x} $	$ \lambda_{1y} $	$ \lambda_{2x} $	$ \lambda_{2y} $
3	0	15,9	16,3	0	16"5	11"7	11"7
4	11,3	11,3	16,3	11"7	11"7	0	16"5

LITERATURVERZEICHNIS

- [1.] Kuštin, I.F. - Bokovaia vertikalnaia fotogrammetritcheskaia refraktia, Geodäsia i Aerofotosiemka, Isvestia wisschih utchebnih zawedenii, 1,1966
- [2.] Kuštin, I.F. -Photogrammetritcheskaia refraktia, Geodäsia i Kartographia, 1, 1966
- [3.] Lobanov, A.N. - Aerofototopographia, Moskau 1971
- [4.] Urmaev, I.A. - Elementi fotogrammetrii, Moskau 1941
- [5.] Genov, G.I. - Einfluß der Strahlenrefraktion und der Verzeichnung des Objektivs auf die räumlichen Koordinaten der Punkte bei der Auswertung von Satellitenbildpaaren, Technitcheski bületin, 1, 1980