

## Entzerrung von Scanneraufnahmen mit Prädiktionsansätzen

Andreas Rose

Institut für Photogrammetrie der Universität Bonn

Bundesrepublik Deutschland

Kommission III

Abstract : Prediction methods used for the rectification of scanner images usually assume, that the image distortions are realisations of a stationary and isotropic process. At least for the rectification of aircraft MSS-images this model is too much simplified and may cause gross estimation errors. Since the image distortions are primarily caused by irregular aircraft movements, a model is developed, in which the movements are regarded as stochastic processes and the image distortions as a function of these processes. With this model it is possible to gain the covariances of the distortions from these of the aircraft movements. They contain now both the functional properties of the imaging device and the dynamical properties of the imaging process. The first prediction results obtained with the new model show a distinct increase of rectification accuracy.

Alle Interpolationsverfahren zur Entzerrung von Scanneraufnahmen benötigen eine Vielzahl von Paßpunkten und führen die Entzerrung in der Regel in 2 Schritten durch.

Zunächst wird das Scannerbild panoramisch korrigiert und ins Grundkoordinatensystem transformiert. Nach dieser Transformation zeigen sich an den Paßpunkten Restklaffungen, die die Bildverzerrungen anzeigen. Diese werden mit lokalen Ansätzen beschrieben, wobei man die Tatsache nutzt, daß benachbarte Bildelemente ähnliche Verzerrungsvektoren haben müssen /Kraus75,Konecny76,Schuhr82,Jansa83/.

Zur Beschreibung dieser Nachbarschaftsbeziehung werden verschiedene Ansätze verwendet. Bei der Prädiktion werden die beobachteten Bildverzerrungen als Realisierungen eines stochastischen Prozesses interpretiert. Wenn die Kovarianzen der Bildverzerrungen bekannt sind, können die Bildverzerrungen an den Nachbarpunkten erwartungstreu und mit minimaler Varianz vorhergesagt werden.

Hier liegt die Schwachstelle der Prädiktionsverfahren; da die stochastischen Eigenschaften des vorliegenden Prozesses a priori nicht bekannt sind, ist man gezwungen, sie aus den Beobachtungen zu schätzen. Das ist aber nur dann möglich, wenn die Bildverzerrungen Realisierungen eines stationären stochastischen Prozesses sind.

Es erschien jedoch zweifelhaft, ob die Bildverzerrungen tatsächlich die an stationäre Prozesse gestellten Bedingungen erfüllen und ob die unter dieser Voraussetzung geschätzten Verzerrungskovarianzen verwendbar sind. Es sollte daher versucht werden, mit Hilfe eines neuen stochastischen Modells für die Bildverzerrungen die Schätzung der Kovarianzen zu verbessern. Weil die Bildverzerrungen primär auf Bewegungen der Aufnahmeplattform zurückgehen, wurde dazu ein Modell entwickelt, bei dem anstelle der Bildverzerrungen die Flugbewegungen als stochastische Prozesse eingeführt und die Bildverzerrungen als Funktion dieser Prozesse dargestellt wurden.

### 1. Definition des Sollbildes

Der Begriff Verzerrung als Differenz von Soll- und Istlage eines Bildelements wirft die Frage nach der Sollabbildung auf. Bei einigen Verfahren /Kraus 75,Jansa83/ werden die Scannerbilder in topographische Karten hineinprojiziert. Das Sollbild ist also ein geometrisch korrigiertes Bild, ähnlich einem Orthophoto. Hier soll eine andere Definition verwendet werden. Als Sollbild wird eine Art "ideale" Scanneraufnahme", also eine von stochastischen Unregelmäßigkeiten der Flugbewegungen befreite Aufnahme eingeführt. Hierunter soll dasjenige Scannerbild verstanden werden, das entstanden wäre, wenn die Orientierungsparameter während des ganzen Fluges gewissen Werten, eben ihren Sollwerten, genügt hätten.

Diese Definition bietet eine Reihe von Vorteilen. Wenn die Höhe der Paßpunkte bekannt ist, beschränkt sie sich auf die Beschreibung des durch Flugbewegungen hervorgerufenen, stochastischen Teils der Verzerrungen, so daß die Prädiktion von der z.T. aufwendigen Berechnung der deterministischen Verzerrungsanteile entlastet wird.

Weiterhin ist das entzerrte Bild dem Original am ähnlichsten und somit ideal für alle weiteren Verarbeitungsschritte geeignet.

Die Sollwerte der Orientierungsparameter werden zweckmäßigerweise an die Erwartungswerte der Parameter angelehnt und anhand von plausiblen Annahmen über das Verhalten eines Flugzeugs festgelegt.

Die Orientierung der Aufnahmeplattform wird durch die Raumkoordinaten  $X_C, Y_C$  und  $H$  des Aufnahmezentrums und die drei Drehwinkel  $\omega, \varphi$  und  $\kappa$  der Achsen des Scannersystems beschrieben. Diese Orientierungsparameter können mit Hilfe stationärer Prozesse beschrieben werden. Da ein Flugzeug etwa horizontal fliegt, kann unterstellt werden, daß die Drehwinkel  $\omega$  und  $\varphi$  um Null schwanken. Je nach Stärke des Seitenwindes wird der Driftwinkel  $\kappa$  einen von Null verschiedenen Wert  $\kappa_0$  haben; wenn der Scanner dem Drift entsprechend ausgerichtet ist, pendelt auch  $\kappa$  um Null. Unserem Modell folgend, wird der voraussichtliche Aufnahmeort durch einen Punkt beschrieben, der sich gleichförmig auf einer horizontalen Geraden in der Höhe  $H_0$  bewegt. Dreht und verschiebt man das Grundkoordinatensystem so, daß seine X-Achse mit dieser Geraden zusammenfällt, bilden die Y- und Z-Komponenten des Aufnahmeortes stationäre Prozesse, die um Null schwanken. Sie werden im folgenden Querabweichung  $q$  und Höhenabweichung  $dh$  genannt.

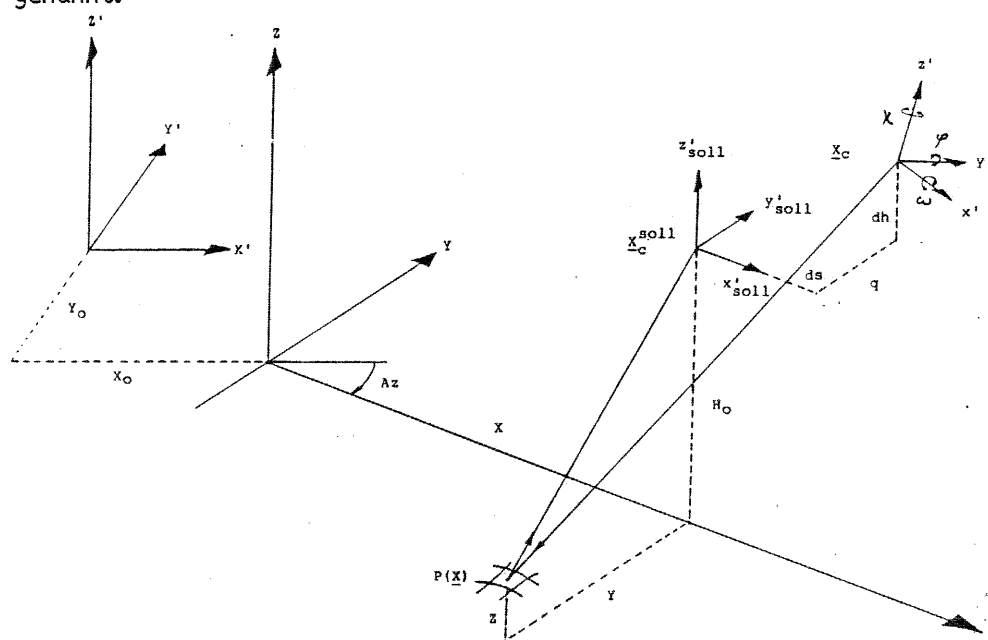


Abb. 1.1

#### Festlegung der Sollabbildung

Als Sollbild wird dasjenige Bild definiert, das entstanden wäre, wenn das Flugzeug während der Aufnahme mit gleichmäßiger Geschwindigkeit einen horizontalen und geradlinigen Kurs verfolgt hätte, ohne sich dabei um seine Drehachsen zu bewegen. Die Bildverzerrungen entstehen dann durch Projektion des Objektpunktes  $P(\underline{X})$  in das Sollbild und Vergleich mit der tatsächlichen Lage.

Da die Flugbewegung gleichförmig sein soll, wird die Fluggeschwindigkeit  $v$  als stationärer Prozeß betrachtet. Aus der mittleren Geschwindigkeit  $v_0$  ergibt sich der Bildmaßstab in Flugrichtung :

$$(1.1) \quad m_x = v_0/f_s \quad ; \quad \text{wobei } f_s = \text{Scanfrequenz (Dim. Bildzeilen/sec.)}$$

Hieraus kann die Wegstreckendifferenz  $ds$  zwischen dem wahren Ort an dem die Bildzeile  $x$  aufgenommenen und dem Sollort der Aufnahme berechnet werden. Auch diese Differenz wird als stationärer Zufallsprozeß betrachtet. Damit stellen sich die Orientierungsparameter  $\underline{p}=\underline{p}(x)$  der Zeile  $x$  wie folgt dar :

$$(1.2) \quad \underline{p} = (\omega, \varphi, \kappa, m_x x + ds, q, H_0 + dh)'$$

Das lokale Objektkoordinatensystem ist dabei im Punkte  $X_0, Y_0$  gelagert und um das Azimut  $Az$  gegen das System der Paßpunkte gedreht.

Es ergibt sich also die folgende, an plausiblen Schätzwerten für ihre Erwartungswerte orientierte Festlegung der Sollwerte der Orientierungsparameter:

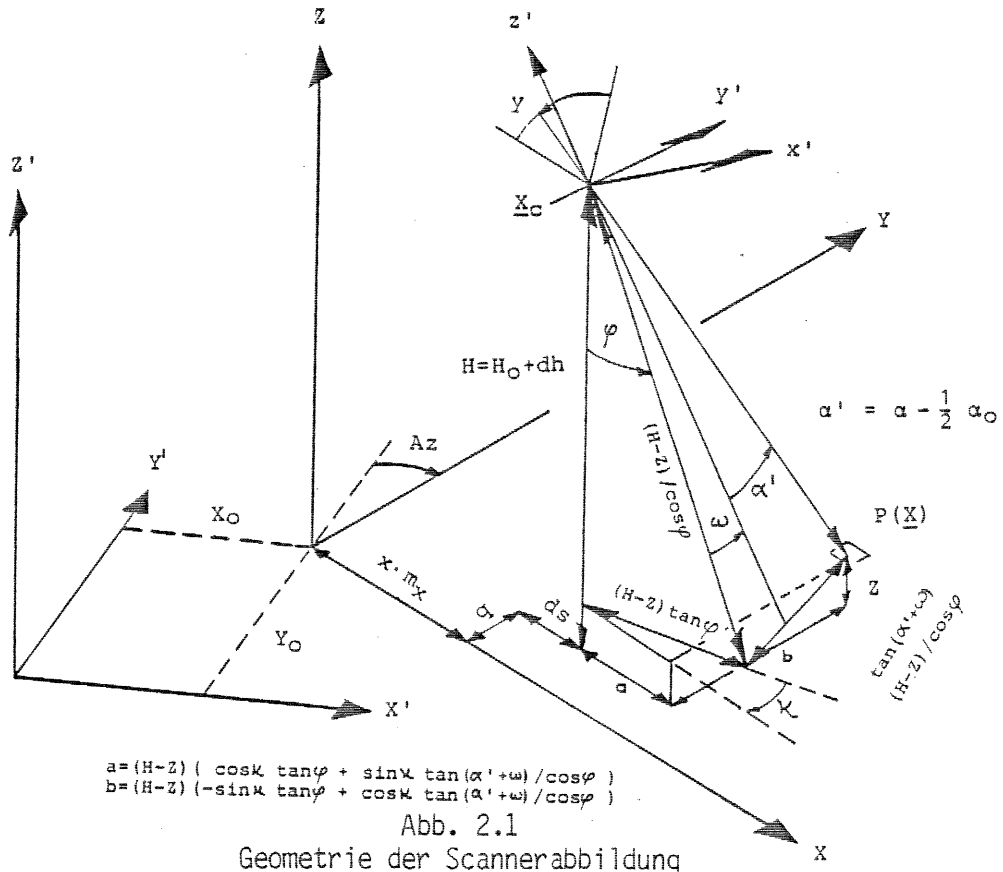
$$(1.3) \quad \underline{p}_S = (0, 0, \kappa_0, m_x x, 0, H_0)'$$

## 2. Die Abbildungsgleichungen und Verzerrungsfunktion in Formeln

Um die Sollabbildung festlegen zu können, muß zunächst die Istabbildung abgeleitet werden. Hierzu wurde eine Erweiterung der von /Oka et al. 80/ beschriebenen Abbildungsgleichungen benutzt. Sie stellt sich wie folgt dar :

$$(2.1) \quad \underline{X}_1 = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \frac{H_0 + dh - Z}{\cos(\varphi)} \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(\varphi) \\ \tan(\omega + da(y - y_0)) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_x x + ds \\ q \end{pmatrix}$$

mit  $da = \text{ifov}$  (Öffnungswinkel eines Bildelements)



Hierin bedeuten  $\underline{X}_1 = (X, Y)'$  die Lagekomponenten des Punktes  $P(\underline{X}) = P(X, Y, Z)$  im Objektkoordinatensystem,  $\underline{x} = (x, y)'$  die Bildkoordinaten des Punktes und  $\omega, \varphi, \kappa, m_x x + ds, q$  und  $H_0 + dh$  die Orientierungsparameter der betreffenden Bildzeile.

Das lokale Grundkoordinatensystem in (2.1) wird durch Drehung um das Azimut  $Az$  und Verschiebung um  $\underline{X}_0 = (X_0, Y_0)'$  in das Landeskoordinatensystem überführt :

$$(2.2) \quad \underline{X}_1' = \begin{pmatrix} \cos(Az) & \sin(Az) \\ -\sin(Az) & \cos(Az) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix}$$

Durch Einsetzen der Sollwerte (1.3) in die Gleichung (2.1) erhält man die Sollabbildung; anstelle der Istkoordinaten  $\underline{x}$  sind die Sollkoordinaten  $\underline{x}_S=(x_S, y_S)'$  einzusetzen.

$$(2.3) \quad \begin{aligned} X &= (H_0-Z)\tan(da(y_S-y_0))\sin(\kappa_0) + x_S m_x \\ Y &= (H_0-Z)\tan(da(y_S-y_0))\cos(\kappa_0) \end{aligned}$$

Um den durch die Flugbewegungen verursachten Teil der Bildverzerrungen zu bestimmen, werden die Gleichungen (2.3) mit (2.1) gleichgesetzt und nach  $\underline{x}_S$  aufgelöst. Durch Subtraktion von  $\underline{x}$  erhält man die Bildverzerrungen  $\underline{dx}=\underline{x}_S-\underline{x}$  und die Verzerrungsfunktion  $F_d$ :

$$(2.4) \quad \begin{aligned} dx &= \frac{(H_0+dh-Z)}{m_x \cos(\varphi)} \left( \cos(\kappa)\sin(\varphi)+\sin(\kappa)\tan(\omega+da(y-y_0)) \right) \\ &\quad + \frac{-(H_0-Z)\tan(da(y_S-y_0))\sin(\kappa_0)+ds}{m_x} \\ dy &= \frac{1}{da} \operatorname{atan}\left( \frac{(H_0+dh-Z)(-\sin(\kappa)\sin(\varphi)+\cos(\kappa)\tan(\omega+da(y-y_0)))}{(H_0-Z)\cos(\varphi)\cos(\kappa_0)} \right) + \frac{q}{(H_0-Z)\cos(\kappa_0)} + y_0 - y \end{aligned}$$

Damit liegen die die Bildverzerrungen generierenden Funktionen fest. Zur Berechnung der Bildverzerrungen müssen noch sinnvolle Werte für die noch nicht festgelegten Sollparameter  $m_x$  und  $H_0$  und die Streifenorientierung  $X_0$ ,  $Y_0$  und  $Az$  gefunden werden. Zweckmässigerweise bestimmt man diese Werte aus einer Ausgleichung. Als Verbesserungsgleichungen können die mit der Transformation (2.2) verbundenen und nach  $\underline{x}_S$  aufgelösten Gleichungen (2.3) verwendet werden. Mit  $\underline{x}_S=\underline{x}+\underline{dx}$  ergeben sich die Ist-Bildkoordinaten als Beobachtungen und die Bildverzerrungen als Verbesserungen der Ausgleichung.

### 3 Ableitung des Prädiktionsmodells für die Bildverzerrungen

Mit der Verzerrungsfunktion  $F_d$  in (2.4) wurden die aus den Flugbewegungen resultierenden Bildverzerrungen in Abhängigkeit von den als Zufallsvariablen eingeführten Orientierungsparametern  $\underline{p}=\underline{p}(x)$  festgelegt.

Die Kovarianzen der Bildverzerrungen können somit durch Fehlerfortpflanzung der Kovarianzen der Orientierungsparameter bestimmt werden. Um zu einem linearen Modell zu gelangen, wird die Verzerrungsfunktion zunächst in üblicher Weise linearisiert; als Entwicklungspunkt dient der Vektor  $\underline{p}_S$  der Sollwerte der Orientierungsparameter. Berücksichtigt man, daß die Sollabbildung mit Hilfe der Sollparameter  $\underline{p}_S$  definiert wurde und der Funktionswert von  $F_d$  am Punkte  $\underline{p}_S$  daher Null ist, ergibt sich mit der (2.6) Matrix  $\underline{A}_j$  der Ableitungen von  $F_d$  nach den Orientierungsparametern  $\underline{p}_j=\underline{p}(x_j)$  für die Bildverzerrung  $\underline{dx}_j$  am Punkte  $\underline{x}_j$  folgende lineare Darstellung:

$$(3.1) \quad \underline{dx}_j = \underline{A}_j(\underline{p}_j - \underline{p}_S)$$

Da die Festlegung der Sollparameter  $\underline{p}_S$  lediglich auf plausiblen Annahmen über das Flugzeugverhalten beruht, stimmen die Sollwerte sicherlich nicht mit den Erwartungswerten der Orientierungsparameter überein. Bildet man also den Erwartungswert von  $\underline{dx}_j$  folgt mit  $\underline{p}_0$ , dem Erwartungswert der Orientierungsparameter:

$$(3.2) \quad E(\underline{dx}_j) = E(\underline{A}_j(\underline{p}_j - \underline{p}_S)) = \underline{A}_j(\underline{p}_0 - \underline{p}_S)$$

Die Bildverzerrungen werden deshalb in 2 Summanden aufgespalten :

$$(3.3) \quad \underline{dx}_i = \underline{A}_i(\underline{p}_i - \underline{p}_s + \underline{p}_0 - \underline{p}_0) = \underline{A}_i(\underline{p}_0 - \underline{p}_s) + \underline{A}_i(\underline{p}_i - \underline{p}_0)$$

Sie entstehen damit als Summe eines von unbekanntem, aber festen Parametern abhängigen, systematischen Anteils  $\underline{A}_i(\underline{p}_0 - \underline{p}_s)$ , des Trends und eines von den Zufallsvariablen  $\underline{p}_i$  abhängigen Signals  $\underline{A}_i(\underline{p}_i - \underline{p}_0)$  mit Erwartungswert Null.

Die Gleichungen (3.3) geben die aus den Flugbewegungen resultierenden Bildverzerrungen für einen beliebigen Punkt  $\underline{x}_i$  im Bild an. Sie gelten somit auch für die an den Paßpunkten beobachteten Verzerrungen, jedoch mit der Einschränkung, daß die bei der Bestimmung der zugehörigen Koordinaten gemachten Meßfehler berücksichtigt werden müssen. An den Paßpunkten werden daher die durch Meßfehler verfälschten Beobachtungen  $\underline{dx}_i$  eingeführt :

$$(3.4) \quad \underline{dx}_i = \underline{A}_i(\underline{p}_0 - \underline{p}_s) + \underline{A}_i(\underline{p}_i - \underline{p}_0)$$

Die Bildverzerrungen an den Paßpunkten werden aus Koordinatenmessungen abgeleitet. Zunächst werden die Bildkoordinaten  $\underline{x}_i$  eines Paßpunktes im verzerrten Scannerbild gemessen; davon unabhängig werden weiterhin seine Objektkoordinaten  $\underline{X}_i$  bestimmt. Durch Projektion der Objektkoordinaten  $\underline{X}_i$  in das Sollbild erhält man die Sollbildkoordinaten  $\underline{x}_{s_i}$  und durch Vergleich derselben mit der Istbildkoordinate  $\underline{x}_i$  die Beobachtung  $\underline{dx}_i$ . Da beide Messungen fehlerbehaftet sind, werden den Bildkoordinaten die (2,1) Fehlervektoren  $\underline{n}_{x_i}$  und den Objektkoordinaten die (3,1) Fehlervektoren  $\underline{n}_{X_i}$  zugeordnet. Infolge der unabhängigen Koordinatenmessung sind die Meßfehler  $\underline{n}_{X_i}$  und  $\underline{n}_{x_i}$  nicht miteinander korreliert. Die mit dem Fehler  $\underline{n}_{dx_i}$  behaftete Beobachtung  $\underline{dx}_i$  ergibt sich also zu :

$$(3.5) \quad \underline{dx}_i = \underline{dx}_i + \underline{n}_{dx_i} = \underline{x}_{s_i} - (\underline{x}_i + \underline{n}_{x_i}) = F_s(\underline{X}_i + \underline{n}_{X_i}, \underline{p}_s) - (\underline{x}_i + \underline{n}_{x_i})$$

Um den durch  $\underline{n}_{x_i}$  verursachten Anteil zu extrahieren, wird zunächst die Sollabbildung am Punkte  $\underline{X}_i$  linearisiert. Die Ableitungen der Sollabbildung nach den Objektkoordinaten werden in der (2,3) Matrix  $\underline{B}_i$  zusammengefaßt. Damit wird aus (3.5):

$$(3.6) \quad \underline{dx}_i + \underline{n}_{dx_i} = F_s(\underline{X}_i, \underline{p}_s) - \underline{x}_i + \underline{B}_i \underline{n}_{X_i} - \underline{n}_{x_i}$$

Der Beobachtungsfehler  $\underline{n}_{dx_i}$  setzt sich also wie folgt zusammen :

$$(3.7) \quad \underline{n}_{dx_i} = \underline{B}_i \underline{n}_{X_i} - \underline{n}_{x_i}$$

Aus der Unabhängigkeit der Messung der Bildverzerrungen von der Entstehung der Verzerrungen folgt, daß die Meßfehler  $\underline{n}_{dx_i}$  und das Signal  $\underline{A}_i(\underline{p}_i - \underline{p}_0)$  nicht miteinander korreliert sind.

Mit dem Fehler (3.7) kann das Modell für die beobachtete Bildverzerrung  $\underline{dx}_i$  an der Stelle  $\underline{x}_i$  angegeben werden :

$$(3.8) \quad \underline{dx}_i + \underline{n}_{dx_i} = \underline{A}_i(\underline{p}_0 - \underline{p}_s) + \underline{A}_i(\underline{p}_i - \underline{p}_0)$$

Es entspricht formal dem von /Wolf74/ angegebenen allgemeinen Kollokationsmodell bzw. dem Prädiktionsmodell in /Koch80, S.202/.

Zur Bildverzerrung sind nun an  $m$  Paßpunkten  $\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_m$  die Bildverzerrungen  $\underline{dx}_1, \dots, \underline{dx}_m$  beobachtet worden. Um die  $m$  Beobachtungen in einem geschlossenen Ausdruck darstellen zu können, müssen die Matrizen und Vektoren in (3.8) zu Blockmatrizen zusammengesetzt werden.

Jedem der  $m$  Paßpunkte ist eine (2,6) Ableitungsmatrix  $\underline{A}_i = \underline{A}(\underline{y}_i)$  zugeordnet. Aus den  $\underline{A}_i$  werden 2 Matrizen geformt. Zum einen die (2m,6m) Matrix  $\underline{A}$ , bei der die  $\underline{A}_i$  auf der Hauptdiagonalen angeordnet sind :

$$(3.9) \quad \underline{A} = \begin{pmatrix} \underline{A}_1, \underline{0}, \dots, \underline{0} \\ \dots \\ \underline{0}, \dots, \underline{0}, \underline{A}_m \end{pmatrix}$$

Zum anderen wird die  $(2m,6)$  Matrix  $\underline{A}^\circ$  gebildet; hier sind die  $\underline{A}_j$  vektorförmig angeordnet :

$$(3.10) \quad \underline{A}^\circ = (\underline{A}'_1, \underline{A}'_2, \dots, \underline{A}'_m)'$$

Analog  $\underline{A}$  werden  $(2,3)$  Matrizen  $\underline{B}_j = \underline{B}(X_j)$  aus (3.6) zu der  $(2m,3m)$  Matrix  $\underline{B}$  zusammengesetzt:

$$(3.11) \quad \underline{B} = \begin{pmatrix} \underline{B}_1, \underline{0}, \dots, \underline{0} \\ \dots \\ \underline{0}, \dots, \underline{0}, \underline{B}_m \end{pmatrix}$$

Faßt man die  $m$  Verzerrungsvektoren  $\underline{n}_{x_j}$  und  $\underline{n}_{y_j}$  zu den  $(2m,1)$  bzw.  $(3m,1)$  Vektoren  $\underline{n}_x$  und  $\underline{n}_y$  zusammen, ergibt sich der  $(2m,1)$  Fehlervektor der Beobachtungen  $\underline{n}_{dx}$  :

$$(3.12) \quad \underline{n}_{dx} = \underline{B}\underline{n}_x - \underline{n}_y$$

Fügt man die  $m$  Beobachtungen  $\underline{dx}_j$  zu einem  $(2m,1)$  Vektor  $\underline{dx}$  und die  $m$  Zufallsvektoren  $(\underline{p}_j - \underline{p}_0)$  zu dem  $(6m,1)$  Vektor  $(\underline{p} - \underline{p}_0)$  der Orientierungsparameter zusammen, können die Beobachtungen wie folgt dargestellt werden:

$$(3.13) \quad \underline{dx} + \underline{n}_{dx} = \underline{A}^\circ(\underline{p}_0 - \underline{p}_s) + \underline{A}(\underline{p} - \underline{p}_s)$$

Wie in (3.8) enthält der  $(6,1)$  Vektor  $(\underline{p}_0 - \underline{p}_s)$  die unbekanntes Trendparameter und  $(\underline{p} - \underline{p}_s)$  die Zufallsvariablen.

Die zur Prädiktion benötigten Kovarianzen erhält man wie folgt.

Den  $m$  Meßfehlern  $\underline{n}_y$  und  $\underline{n}_x$  seien die  $(2m,2m)$  Kovarianzmatrix  $D(\underline{n}_y) = \underline{C}_{n_y n_y}$  und die  $(3m,3m)$  Matrix  $D(\underline{n}_x) = \underline{C}_{n_x n_x}$  zugeordnet. Da, wie oben begründet, die Fehler  $\underline{n}_y$  und  $\underline{n}_x$  voneinander unabhängig sind, haben die Beobachtungsfehler  $\underline{n}_{dx}$  folgende  $(2m,2m)$  Kovarianzmatrix :

$$(3.14) \quad D(\underline{n}_{dx}) = E((\underline{B}\underline{n}_x - \underline{n}_y)(\underline{n}_x' \underline{B}' - \underline{n}_y')) = \underline{B}\underline{C}_{n_x n_x} \underline{B}' + \underline{C}_{n_y n_y} = \underline{C}_{nn}$$

Bei der Berechnung der Kovarianzmatrix der Beobachtungen  $\underline{dx}$  muß beachtet werden, daß die Meßfehler  $\underline{n}_{dx}$  vom Signal  $\underline{A}(\underline{p} - \underline{p}_0)$  unabhängig sind. Mit der  $(6m,6m)$  Kovarianzmatrix  $\underline{C}_{pp}$  der Orientierungsparameter der betreffenden Bildzeilen und unter Berücksichtigung von (3.2) und (3.14) ergibt sich mithin :

$$(3.15) \quad D(\underline{dx}) = E((\underline{A}(\underline{p} - \underline{p}_0) - \underline{n}_{dx})(\underline{p} - \underline{p}_0)' \underline{A}' - \underline{n}_{dx}') = \underline{A}\underline{C}_{pp}\underline{A}' + \underline{C}_{nn} = \underline{C}_{dx dx}$$

Neben den Kovarianzen der an den Paßpunkten beobachteten Verzerrungen werden zur Prädiktion noch die Kreuzkovarianzen der zu präzisierenden Verzerrungen mit den Beobachtungen benötigt.

Es sei  $\underline{x}_0$  der Ort und  $\underline{dx}_0 = \underline{dx}(\underline{x}_0)$  die zu präzisierende Bildverzerrung. Mit der Ableitungsmatrix  $\underline{A}_0$  und den Orientierungsparametern  $\underline{p}(\underline{x}_0)$  an der betreffenden Stelle sowie der  $(6,6m)$  Kovarianzmatrix  $C(\underline{p}(\underline{x}_0), \underline{p}) = \underline{C}_{pop}$  ergibt sich die Kreuzkovarianz von  $\underline{dx}_0$  mit den Beobachtungen  $\underline{dx}$  zu :

$$(3.16) \quad \underline{C}_{dx_0 dx} = E((\underline{A}_0(\underline{p}(\underline{x}_0) - \underline{p}_0))((\underline{p} - \underline{p}_0)' \underline{A}' - \underline{n}_{dx}')) = \underline{A}_0 \underline{C}_{pop} \underline{A}'$$

#### 4 Prädiktion der Bildverzerrungen

Die zur Prädiktion benötigten Formeln sind in einer Reihe von Veröffentlichungen ausführlich hergeleitet /Wolf69, Moritz70, Lauer&Wrobe172, Moritz73, Wolf74, Koch80/ und auf die Interpolation von Bildverzerrungen übertragen worden /Kraus75/, so daß hier eine knappe Darstellung genügen soll.

Am Punkt  $\underline{x}_0$  soll der Verzerrungsvektor  $\underline{dx}_0 = \underline{dx}(\underline{x}_0)$  aus einer linearen Funktion der Beobachtungen prädiziert werden. Bildet man die  $(2m,2)$  Matrix der unbekanntenen Koeffizienten  $\underline{L}$ , lautet die Schätzfunktion :

$$(4.1) \quad \hat{\underline{dx}}_0 = \underline{L}' \underline{dx}$$

Die Koeffizienten  $\underline{L}$  sollen so bestimmt werden, daß die aus ihnen folgende Schätzung von  $\underline{dx}_0$  erwartungstreu ist und der Schätzfehler  $(\hat{\underline{dx}}_0 - \underline{dx}_0)$  minimale Varianz hat. Wie in der Literatur /Lauer&Wrobe172, Guillaume77/ näher ausgeführt, ergibt sich aus diesen Forderungen folgendes Prädiktionssystem :

$$(4.2) \quad \begin{bmatrix} \underline{C}_{dx dx} & \underline{A}^0 \\ \underline{A}^0' & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{L} \\ \underline{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_{dx dx_0} \\ \underline{A}_0' \end{bmatrix}$$

Hierin bedeutet  $\underline{K}$  eine  $(6,2)$  Korrelatenmatrix. Setzt man die Lösung dieses Gleichungssystems in (4.1) ein, folgt die Schätzung der Verzerrung  $\underline{dx}_0$  :

$$(4.3) \quad \hat{\underline{dx}}_0 = (\underline{L}', \underline{K}')' \begin{bmatrix} \underline{dx} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = (\underline{C}_{dx dx_0}', \underline{A}_0') \begin{bmatrix} \underline{C}_{dx dx} & \underline{A}^0 \\ \underline{A}^0' & \underline{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{dx} \\ \underline{0} \end{bmatrix}$$

Bildet man die Inverse der Blockmatrix /Wolf75, S.300/ und multipliziert man (4.3) aus, ergeben sich daraus die Trendparameter  $(\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s)$  zu :

$$(4.4) \quad (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s) = (\underline{A}^0' \underline{C}_{dx dx}^{-1} \underline{A}^0)^{-1} \underline{A}^0' \underline{C}_{dx dx}^{-1} \underline{dx}$$

Damit erhält der Schätzwert für die Bildverzerrung die bekannte Form :

$$(4.5) \quad \hat{\underline{dx}}_0 = \underline{C}_{dx dx_0}' \underline{C}_{dx dx}^{-1} (\underline{dx} - \underline{A}^0 (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s)) + \underline{A}_0 (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s)$$

Bis auf den hier hinzugefügten Trendanteil stimmt die Schätzung (4.5) mit der von /Kraus75/ angegebenen Prädiktionsformel überein; bei Kraus wurden jedoch die Bildverzerrungen als unmittelbare Realisierungen eines Zufallsprozesses betrachtet, während sie hier als Funktionen der Orientierungsparameter dargestellt werden.

Um die daraus folgenden Unterschiede zu zeigen, soll in (4.5) anstelle  $\underline{C}_{dx dx_0}$  wieder das Produkt  $\underline{A} \underline{C}_{ppo} \underline{A}_0'$  einführt und mit dem in Trend- und Signalanteil aufgespaltenen Verzerrungsvektor  $\hat{\underline{dx}}_0$  verglichen werden. Es ergibt sich :

$$(4.6) \quad \hat{\underline{dx}}_0 = \underline{A}_0 \underline{C}_{ppo}' \underline{A}' \underline{C}_{dx dx}^{-1} (\underline{dx} - \underline{A}^0 (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s)) + \underline{A}_0 (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s) \\ = \underline{A}_0 (\hat{\underline{p}}(\underline{x}_0) - \hat{\underline{p}}_0) + \underline{A}_0 (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s)$$

Multipliziert man (4.6) mit der Linksinversen von  $\underline{A}_0$ , erhält man eine mit den allgemeinen Prädiktionsformeln von /Wolf74, Koch80/ übereinstimmende Schätzung für die Orientierungsparameter der betreffenden Zeile :

$$(4.7) \quad (\hat{\underline{p}}(\underline{x}_0) - \hat{\underline{p}}_0) = \underline{C}_{ppo}' \underline{A}' \underline{C}_{dx dx}^{-1} (\underline{dx} - \underline{A}^0 (\hat{\underline{p}}_0 - \underline{p}_s))$$

Die Schätzung (4.5) beinhaltet also die Schätzung der Orientierungsparameter der betreffenden Zeile. Demzufolge ändert sich bei der Kovarianzmatrix  $\underline{C}_{dx dx_0} = \underline{A} \underline{C}_{ppo} \underline{A}_0'$

nur die Matrix  $A_0$ , wenn man innerhalb einer Bildzeile von Pixel zu Pixel voranschreitet. Prädiziert werden die Orientierungsparameter  $\underline{p}$ , die Verzerrungen  $\underline{dx}$  ergeben sich aus dem funktionalen Modell in  $A_0$ .

Es bleibt hier noch anzumerken, daß diese Schätzung Ähnlichkeiten mit dem von /Ebner&Hössler,1978/ vorgestellten Verfahren hat. Unter der Voraussetzung  $\underline{p}_0 = \underline{p}_s$  kann (4.7) in eine Form gebracht werden, die der von Ebner angegebenen Schätzung formal entspricht. Die beiden Verfahren unterscheiden sich jedoch grundlegend im stochastischen Modell.

## 5. Praktische Erprobung des Verfahrens

Das hier entwickelte Verfahren bietet gegenüber den herkömmlichen Prädiktionsverfahren eine Reihe von wichtigen theoretischen Vorteilen. Durch die Integration des funktionalen Modells ist es zum einen möglich, die Abbildungseigenschaften beliebiger Scanner in die Kovarianzen zu integrieren. Da die Prädiktion die Schätzung der Orientierungsparameter beinhaltet und die Bildverzerrungen innerhalb einer Zeile aus der Geometrie der Scannerabbildung folgen, ist auch in den paßpunktarmen Randgebieten eine exakte Prädiktion der Bildverzerrungen gewährleistet. Zum anderen wird die fehleranfällige Schätzung der Kovarianzfunktion eines zweidimensionalen Zufallsprozesses in der Ebene umgangen und durch die wesentlich einfacheren Kovarianzschätzung von 6 eindimensionalen zeitabhängigen Prozessen ersetzt.

Die Kovarianzen der Orientierungsparameter können in vielen Fällen aus Aufzeichnungen der Orientierungsparameter gewonnen werden. Stehen keine Aufzeichnungen zur Verfügung, können standardisierte Kovarianzen, die aus den Orientierungsparametern anderer Flüge abgeleitet wurden benutzt werden. Hier ist ein iteratives Verfahren denkbar, bei dem zunächst die standardisierten Kovarianzen, in der Folge jedoch die aus den prädizierten Orientierungsparametern geschätzten Kovarianzen benutzt werden.

Ob und wie weit sich die genannten theoretischen Vorteile in der Praxis umsetzen lassen, wurde anhand mehrerer praktischer Beispiele getestet. Die dabei erzielten Ergebnisse sollen hier kurz dargestellt werden.

Als Testmaterial wurde eine Serie von 9 Flügen des Flugzeugmeßprogramms ausgewählt, die sich durch deutlich sichtbare Bildverzerrungen auszeichnen und heftige Flugbewegungen vermuten lassen. Von allen 9 Flügen standen Aufzeichnungen der Parameter der äußeren Orientierung zur Verfügung, 4 der 9 Flüge wurden im Laufe der Arbeiten entzerrt.

Anhand der Parameteraufzeichnungen wurde zunächst untersucht, ob und wie weit typische Flugbewegungen auftreten, die die Ableitung einer insofern typischen Kovarianzfunktion gestatten. Dazu wurden insbesondere Spektraluntersuchungen durchgeführt, mit denen typische Schwingfrequenzen extrahiert werden sollten.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen zeigen, daß die Flugbewegungen sich zwar ähneln, daß aber keine sich wiederholenden Eigenschwingungen auftreten. Die Parameterkovarianzen der einzelnen Flüge ähneln sich jedoch deutlich. Zwischen den einzelnen Orientierungsparametern treten z.T. deutliche Kreuzkorrelationen auf, insbesondere zwischen Nick- und Höhenbewegung und zwischen Roll- und Querbewegung. Es erschien daher sinnvoll, die 9 Sätzen von Kovarianzfunktionen zu einer globalen Kovarianzfunktion zusammenzufassen, die dann zur Prädiktion verwendet wurde.

In den 4 Flugstreifen wurden insgesamt 386 Paßpunkte bestimmt; zur Messung der Bildkoordinaten diente ein Komparator, zur Objektkoordinatenbestimmung standen Luftbilder zur Verfügung.

Zur Überprüfung der Prädiktionsgenauigkeit diente eine Programmoption, bei der nacheinander an den Orten der Paßpunkte die Bildverzerrungen prädiziert wurden, jedoch ohne die dort beobachtete Bildverzerrung im Prädiktionsystem zu berücksichtigen (Verifikation). Die Verifikation ähnelt der Filterung, liefert aber im Gegensatz zu dieser eine unabhängiges Maß für die Prädiktionsgenauigkeit. Die Verifikationsergebnisse geben allerdings kein absolutes Maß für die Entzerrungsgenauigkeit an. Da bei der Bildentzerrung alle Paßpunkte zur Prädiktion verwendet werden gibt die Verifikation lediglich einen Hinweis auf die obere Schranke des zu erwartenden Prädik-



tionsfehlers.

Die mit dem neuen Verfahren erzielten Genauigkeiten sind in Tab. 4.1 dargestellt. Sie wurden dort mit den Verifikationsergebnissen verglichen, die mit dem bisher verwendeten Prädiktionsprogramm BLUEPACK erzielt wurden. Dieses Programm benutzt die von G. Matheron entwickelte Theorie der generalisierten Inkremente zur Kovarianzschätzung /Guillaume77/, verwendet aber ansonsten dasselbe stochastische Modell der Bildverzerrungen wie die herkömmlichen Prädiktionsverfahren. Wie zu erkennen ist die Genauigkeitssteigerung beträchtlich; die Verifikationsbeträge mit den neuen Verfahren liegen um den Faktor 2-3 besser als die mit BLUEPACK erreichten.

Flugnr.	Verifikation					
	BLUEPACK			PICPRA-F		
	$s_x$	$s_y$	$s_p$	$s_x$	$s_y$	$s_p$
225	8.2	3.8	9.0	4.7	1.7	5.0
230	11.8	3.0	12.2	3.3	1.5	3.6
237	16.8	1.7	16.9	4.6	1.3	4.8
238	8.6	6.6	10.8	4.7	1.5	5.0

Tab. 4.1

Vergleich der Verifikationsergebnisse PICPRA-F - BLUEPACK ; ( $s_x, s_y, s_p$  : pixel)

Genauigkeitsuntersuchungen, die anhand von Kontrollpunktmessungen in den entzerrten Bildern gemacht wurden, bestätigen die Ergebnisse der Verifikation; hier ergaben sich Fehler im Bereich von 2 pixeln. Die mit anderen Entzerrungsverfahren erreichten Genauigkeiten /Mikhail75, Mikhail80, Schuhr82/ können nur jedoch nur bedingt mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Zahlen verglichen werden. Es muß zum einen bedacht werden, daß die Verifikationsbeträge kein direktes Maß für die Entzerrungsgenauigkeit angeben sondern lediglich eine obere Schranke für die zu erwartenden Schätzfehler. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß das hier verwendete Testmaterial gerade wegen seiner extremen Flugbewegungen und Bildverzerrungen ausgewählt wurde; bei ruhiger verlaufenden Flügen, darauf weisen die Verifikationsbeträge von Flug 230 hin, ist mit höheren Entzerrungsgenauigkeiten zu rechnen.

## 6. Zusammenfassung

Es wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dem das bisher bei Prädiktionsansätzen zur Scannerbildentzerrung verwendete stochastische Modell verbessert werden sollte. Frühere Arbeiten zeigten, daß dazu vor allem das funktionale Modell des Abbildungsvorgangs und seine dynamischen Eigenschaften in das stochastische Modell integriert werden mußten.

Aus dieser Zielsetzung resultierte ein Konzept, bei dem die Bildverzerrungen nicht mehr als originäre Realisierungen eines Zufallsprozesses sondern als Funktionen der Orientierungsparameter und in Abhängigkeit von einer willkürlichen Sollabbildung dargestellt wurden.

Die Kovarianzen der Bildverzerrungen ergeben sich bei diesem Modell durch Fehlerfortpflanzung der Kovarianzen der Orientierungsparameter und beinhalten damit sowohl die deterministischen Eigenschaften der Scannerabbildung als auch die stochastischen Eigenschaften des Abbildungsvorgangs. Die speziellen Eigenschaften unterschiedlicher Scannertypen können in dieses Konzept problemlos integriert werden.

Mit diesem Modell wird mehr als eine verbesserte Kovarianzfunktion eingeführt. Die Prädiktion der Bildverzerrungen mit den neuen Kovarianzen unterscheidet sich zwar formal nicht von den bisher verwendeten Ansätzen; es kann aber gezeigt werden, daß bei dem neuen Modell die Prädiktion der Bildverzerrungen mittelbar über die Prädiktion der Orientierungsparameter erfolgt. Tatsächlich haben die Bildverzerrungen innerhalb einer Bildzeile den durch die Geometrie der Scannerabbildung vorgegebenen Verlauf; das neue Modell verknüpft also die Interpolationsverfahren mit den parametrischen Verfahren.

Die Ergebnisse der ersten Tests erfüllen die Erwartungen, die in die Verbesserung des stochastischen Modells gesetzt wurden. Die Interpolation ist sehr flexibel, gutmütig gegenüber groben Fehlern und benötigt nur wenig Rechenzeit. Obwohl die Testbilder z.T. sehr stark verzerrt waren, beträgt die Entzerrungsgenauigkeit 2-3 pixel. Es konnte belegt werden, daß mit dem neuen Verfahren eine deutliche Steigerung der Genauigkeit erreicht werden kann.

## 7. Anmerkungen

Der vorliegende Artikel ist die Zusammenfassung einer bei der Landwirtschaftlichen Fakultät der Universität Bonn eingereichten Dissertation.

Die Programmentwicklung und die numerischen Berechnungen erfolgten auf einem Mini-computer HARRIS-300 der Firma GEODATA-SERVICE, D-596 Olpe/Biggese.

## 8. Literaturverzeichnis

- Ebner, H. &....The Use of Gauß-Markov Processes in Digital Rectification of  
Hössler, R. Remote Sensing Data, ISP-Kongress, Com. III, Moskau 1978  
Guillaume, A. Analyse des variables regionalisees, Doin Editeurs, Paris, 1977  
Jansa, J. ....Rektifizierung von Multispektralscanneraufnahmen,  
Geowiss. Mitteilungen, TU Wien, 1983  
Koch, K.R. ....Parameterschätzung in linearen Modellen, Dümlers Verlag, Bonn, 1980  
Konecny, G. ...Mathematische Modelle und Verfahren zur geometrischen Auswertung von  
Zeilenabtaster-Aufnahmen, BuL 1976, S. 188  
Kraus, K. ....Entzerrung von Multispektralscanneraufnahmen, BuL 1975, S. 129  
Lauer, S. & ...Eine elementare Herleitung der vektoriiellen Prädiktionsfilterung  
Wrobel, B. ZfV 1972, S. 97  
Mikhail, E.M. &..Analysis of Digital Multispektral Scanner Data  
Baker, J.R. & BuL 1975, S. 22  
Marks, G.W.  
Mikhail, E.M. &..Current Status of Metric Reduction of (Passive) Scanner Data  
McGlone, J.C. ISP-Kongress Hamburg, 1980, Com. III.  
Moritz, H. ....Eine allgemeine Theorie der Verarbeitung von Schweremessungen nach  
kleinsten Quadraten, DGK-A, München, 1970  
Moritz, H. ....Neuere Ausgleichs- und Prädiktionsverfahren, ZfV 1973, S. 137  
Oka, T. & .....A Simple Method for Correcting the Geometric Distortion  
Yazawa, K. & of Airborn Multispektral Data  
Inagaki, T. ISP-Kongress Hamburg, 1980, Com. III.  
Rose, A. ....Die Entzerrung von Scanneraufnahmen mit Prädiktionsansätzen  
Dissertation, Universität Bonn, 1984 (erscheint in Kürze)  
Schuhr, W. ....Geometrische Verarbeitung multisppektraler Daten von Zeilenabstastern,  
Wiss. Arbeiten der Fachr. Vermessungswesen der Univ. Hannover, 1982  
Wolf, H. ....Prädiktion und Punktausgleichung, ZfV 1969, S. 165  
Wolf, H. ....Über verallgemeinerte Kollokation, ZfV 1974, S. 475  
Wolf, H. ....Ausgleichsrechnung, Formeln zur praktischen Anwendung,  
Dümlers Verlag, Bonn 1975

### Verzeichnis der Abkürzungen

- AVN - Allgemeine Vermessungsnachrichten ; ISP - Intern. Society for Photogrammetry  
BuL - Bildmessung und Luftbildwesen ; ZfV - Zeitschrift für Vermessungswesen  
DGK - Deutsche geodätische Kommission