SUR L'UTILISATION DES CONTRAINTES À L'AJUSTEMENT SIMULTANÉ DES OBSERVATIONS PHOTOGRAMMÉTRIQUES ET GÉODÉSIQUES DANS LA PHOTOGRAMMÉTRIE À COURTE DISTANCE

Prof.dr.ing. Lucian Turdeanu
Chef de travaux ing. Ion Ionescu
Assist.ing. Cătălin Nedelcu
Université Technique de Génie Civil
Bucarest, ROMANIA

Com. V

KEY WORDS: Close Range, Analytical, Adjustment

ABSTRACT

Simultaneous adjustment of photogrammetric and geodetic observations in the terrestrial photogrammetry, where the exterior orientation elements are obtained by measurements, is a basic requirement of the rigorous treatment. Also, besides the control points, various measurements regarding elements of the photographic imaged object (for example distances between some points, etc.) can be employed in the adjustment. In addition to this, in close-range photogrammetry, several types of constraints as for example the collinearity of some points, the parallelism and the perpendicularity of some directions, etc. can be also employed to increase accuracy. All these problems and their concrete implications are developed in this paper.

RESUME

L'ajustement simultané des observations photogrammétriques et géodésiques est indispensable pour leur traitement rigoureux dans la photogrammétrie terrestre où les éléments d'orientation externe sont obtenus au moyen des mesures. De même, dans l'ajustement, outre les points de contrôle, on peut employer diverses mesures des éléments de l'objet photographié (des distances entre points, par exemple). Dans la photogrammétrie à courte distance, pour l'accroissement de la précision, on peut aussi utiliser quelques types de contraintes comme la collinéarité de points, le parallélisme et la perpendicularité de certaines directions, etc. Tous ces problèmes et leurs implications concrètes sont étudiés dans cet article.

1. INTRODUCTION

Comme on sait, la photogrammétrie à courte distance représente un cas particulier de la photogrammétrie terrestre et comprend trois grands domaines d'application: la photogrammétrie architecturale, la photogrammétrie biomédicale et la photogrammétrie industrielle.

Il faut souligner aussi le fait que le traitement analytique - qui implique l'exploitation point par point - se prête aux situations où le nombre des points caractéristiques à mesurer n'est pas trop grand. La méthode présentée peut s'appliquer surtout à la photogrammétrie industrielle, qui prévoit des exigences supérieures de précision. Cependant, elle peut aussi être utilisée dans la photogrammétrie architecturale, quand la richesse des détails n'est pas trop grande et leur forme permet d'imposer des contraintes géométriques.

2. AJUSTEMENT SIMULTANÉ DES OBSERVATIONS PHOTOGRAMMÉTRIQUES ET GÉODÉSIQUES (DANS LA PHOTOGRAMMÉTRIE TERRESTRE)

La photogrammétrie terrestre (en général) présente certaines particularités qui impliquent - pour un traitement rigoureux - la considération du spécifique des mesures photogrammétriques par rapport aux mesures géodésiques, surtout à l'établissement des poids. En outre, il faut préciser que - du point de vue photogrammétrique - il y a deux types de mesures géodésiques: mesures concernant les éléments d'orientation externe des photos et mesures concernant les éléments de l'objet photographié (par exemple, des distances entre certains points, etc.).

En principe, l'ajustement est réalisé sur la base des équations de la condition de collinéarité auxquelles sont ajoutées des équations pour les points de contrôle et des équations pour les observations géodésiques.

Les équations de la condition de collinéarité peuvent être représentées comme deux fonctions, exprimées par des déterminants de deuxième ordre:

$$\begin{cases} F_1 \equiv \begin{vmatrix} x & f \\ R_1^T(X - X_o) & R_2^T(X - X_o) \end{vmatrix} = 0 \\ F_2 \equiv \begin{vmatrix} z & f \\ R_3^T(X - X_o) & R_2^T(X - X_o) \end{vmatrix} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

où x et z sont les coordonnées de l'image réduites au point principal et corrigées de l'influence des principales erreurs systématiques, R_1^T, R_2^T, R_3^T sont les lignes de la matrice de rotation transposée et $X\text{-}X_o$ est le vecteur-colonne dont les composantes sont $X\text{-}X_o$, $Y\text{-}Y_o$, $Z\text{-}Z_o$.

Comme ces équations contiennent aussi bien des mesures que des cordonnées inconnues, on utilisera le cas général d'ajustement par la méthode des moindres carrés, le système d'équations linéaires ayant la forme:

$$A \cdot V + B \cdot X - W = O \tag{2}$$

Puisqu'il y a deux sortes de grandeurs mesurées: les coordonnées de l'image (qui recevront des corrections pour chaque point de chaque photogramme), et les éléments d'orientation (qui recevront des corrections pour chaque photogramme), le premier terme du système (2) peut être écrit sous la forme:

$$A \cdot V = A_I \cdot V_I + A_O \cdot V_O \tag{3}$$

Ainsi, à chaque point i mesuré sur le photogramme k correspondra une sous-matrice

$$(A_I)_i^k = \begin{pmatrix} \Delta Y_i^\circ & 0 \\ 0 & \Delta Y_i^\circ \end{pmatrix}$$

et un vecteur

$$(V_I)_i^k = \begin{pmatrix} v_x \\ v_z \end{pmatrix}_i^k$$

et à chaque photogramme k correspondra (pour chaque point i) une sous-matrice

$$(A_O)_i^k = \begin{pmatrix} x_i^k \Delta Z_i^\circ & f\,\Delta Z_i^\circ & -x_i^k \Delta X_i^\circ - f\Delta Y_i^\circ & f & -x_i^k & 0 \\ z_i^k \Delta Z_i^\circ + f\,\Delta Y_i^\circ & -f\,\Delta X_i^\circ & -z_i^k \Delta X_i^\circ & 0 & -z_i^k & f \end{pmatrix}$$

et un vecteur

$$(V_O^k)^T = (\, v_\omega^k \;\; v_\varphi^k \;\; v_\varkappa^k \;\; v_{X_o}^k \;\; v_{Y_o}^k \;\; v_{Z_o}^k \,)$$

où sont employées les notations $\Delta X_i^\circ = X_i^\circ - X_o^\circ$, $\Delta Y_i^\circ = Y_i^\circ - Y_o^\circ$, $\Delta Z_i^\circ = Z_i^\circ - Z_o^\circ$

D'autre part, pour chaque point i du photogramme k on pourrait former une sous-matrice

$$B_i^k = \begin{pmatrix} -f & x_i^k & 0 \\ 0 & z_i^k & -f \end{pmatrix}$$

et un vecteur

$$X_i^T = (dX_i \;\; dY_i \;\; dZ_i)$$

contenant les corrections des coordonnées-terrain du point i. Le terme W sera obtenu en particularisant les deux fonctions du système (1) pour les valeurs mesurées des coordonnées de l'image et des paramètres d'orientation et pour les valeurs aproximatives calculées pour les coordonnées-terrain des points:

$$-W_i^k = \begin{pmatrix} x_i^k \Delta Y_i^\circ - f\,\Delta X_i^\circ \\ z_i^k \Delta Y_i^\circ - f\,\Delta Z_i^\circ \end{pmatrix}$$

Par conséquent, l'équation correspodant à un point i mesuré sur le photogramme k aura la forme:

$$(A_I)_i^k \cdot (V_I)_i^k + (A_O)_i^k \cdot (V_O)^k + B_i^k \cdot X_i - W_i^k = O \qquad (4)$$

D'autre part, pour chaque point de contrôle j, on peut écrire trois équations, exprimées sous forme de matrice comme suit:

$$V_{R_j} - X_j - W_{R_j} = O \qquad (5)$$

où,

$$V_{R_j} = \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{pmatrix}, \quad X_j = \begin{pmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{pmatrix}, \quad W_{R_j} = \begin{pmatrix} X_j^\circ - X_j^m \\ Y_j^\circ - Y_j^m \\ Z_j^\circ - Z_j^m \end{pmatrix}$$

l'indice $^\circ$ spécifiant les valeurs aproximatives calculées et l'indice^m , les valeurs mesurées.

La totalité des équations correspondant aux points de contrôle peut être représentée par la relation matricielle suivante:

$$V_R - X - W_R = O \qquad (6)$$

En ce qui concerne la totalité des équations résultant des mesures géodésiques de certains éléments de l'objet photographié, elles peuvent être exprimées par la relation:

$$W_G - G \cdot X - W_G = O \qquad (7)$$

En particulier, une telle équation correspondant à une distance mesurée D_{ij}^m entre deux points (i et j) aura la forme:

$$V_{ij} + G_{ij} \cdot X_i - G_{ij} \cdot X_j - W_{ij} = O \qquad (8)$$

où

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} \dfrac{X_j^\circ - X_i^\circ}{D_{ij}^\circ} & \dfrac{Y_j^\circ - Y_i^\circ}{D_{ij}^\circ} & \dfrac{Z_j^\circ - Z_i^\circ}{D_{ij}^\circ} \end{pmatrix}, \quad W_{ij} = D_{ij}^\circ - D_{ij}^m$$

et X_i, X_j , ainsi que l'indice $^\circ$ ont la même signification que dans l'équation (5).

Pour exprimer la correction sur l'unité de longueur, l'équation (8) sera divisée par D_{ij}° et, ainsi, les distances mesurées avec la même précision relative auront le même poids dans l'ajustement.

En groupant toutes les équations de la forme (2) - avec les développements (3) - (6) et (7) on obtient le système:

$$\bar{A} \cdot \bar{V} + \bar{B} \cdot X - \bar{W} = O \qquad (9)$$

où

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A_I & A_O & O & O \\ O & O & I & O \\ O & O & O & I \end{pmatrix}, \quad \bar{V} = \begin{pmatrix} V_I \\ V_O \\ V_R \\ V_G \end{pmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ -I \\ -G \end{pmatrix}, \quad \bar{W} = \begin{pmatrix} W \\ W_R \\ W_G \end{pmatrix}$$

et X a la même signification que dans les relations précédentes.

Tenant compte des différents types de mesures dont les corrections sont contenues dans le vecteur $\bar{V}$, à celui-ci correspondra une matrice des poids de la structure suivante:

$$\bar{P} = \begin{pmatrix} P_I & & & \\ & P_O & & \\ & & P_R & \\ & & & P_G \end{pmatrix}$$

les significations des sous-matrices composantes étant évidentes.

La détermination des inconnues et le calcul des principaux indicateurs de précision se font par l'application de la méthode des moindres carrés (cas général).

En ce qui concerne l'obtention des valeurs aproximatives initiales, celles-ci peuvent être déduites à l'aide des formules connues dans la photogrammétrie terrestre (pour les cas normal, normal-convergent, parallèle-décalé ou convergent), conformément à la situation concernée. Les corrections se déterminent itérativement, jusqu'à ce qu'elles deviennent nonsignificatives.

3. UTILISATION DES CONTRAINTES DANS LA PHOTOGRAMMÉTRIE À COURTE DISTANCE

Dans la photogrammétrie à courte distance peut être utilisée une large variété de contraintes, conformément aux situations concrètes. Les types les plus fréquents de contraintes se réfèrent à la collinéarité de points, au parallélisme et à la perpendicularité de directions, à la coplanarité de points. Ces conditions se posent, evidemment, dans l'espace-objet. D'ailleurs, certaines propriétés (par exemple le parallélisme et la perpendicularité) de l'espace-objet ne se conservent pas (en général) dans l'espace de l'image.

En ce qui concerne la formulation mathématique des contraintes mentionnées ci-dessus, elle peut se faire de manière similaire aux conditions de collinéarité et de coplanarité, ou en utilisant les paramètres directeurs. Evidemment, les points qui définissent le plan ou les directions de référence doivent se trouver à des distances aussi grandes que possible.

La condition qu'un point j appartienne à la droite définie par les points i_1 et i_2 peut être exprimée par l'équation:

$$C_d \cdot X_d - W_d = O \tag{10}$$

où

$$C_d = \begin{pmatrix} \Delta Y_2 & -\Delta X_2 & 0 & -\Delta Y_1 & \Delta X_1 & 0 & -\Delta Y_{12} & \Delta X_{12} & 0 \\ 0 & -\Delta Z_2 & \Delta Y_2 & 0 & \Delta Z_1 & -\Delta Y_1 & 0 & \Delta Z_{12} & -\Delta Y_{12} \end{pmatrix}$$

$$X_d^T = (dX_{i_1}\ dY_{i_1}\ dZ_{i_1}\ dX_{i_2}\ dY_{i_2}\ dZ_{i_2}\ dX_j\ dY_j\ dZ_j),$$

$$W_d = \begin{pmatrix} \Delta X_1 \Delta Y_{12} - \Delta Y_1 \Delta X_{12} \\ \Delta Z_1 \Delta Y_{12} - \Delta Y_1 \Delta Z_{12} \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

De manière analogue, on peut obtenir la condition qu'une droite joignant les points j_1 et j_2 soit parallèle à une direction de référence définie par les points i_1 et i_2 :

$$C_p \cdot X_p - W_p = O \tag{11}$$

où

$$C_p = \begin{pmatrix} \Delta Y'_{12} & -\Delta X'_{12} & 0 & -\Delta Y'_{12} & \Delta X'_{12} & 0 & -\Delta Y_{12} & \Delta X_{12} & 0 & \Delta Y_{12} & -\Delta X_{12} & 0 \\ 0 & -\Delta Z'_{12} & \Delta Y'_{12} & 0 & \Delta Z'_{12} & -\Delta Y'_{12} & 0 & \Delta Z_{12} & -\Delta Y_{12} & 0 & -\Delta Z_{12} & \Delta Y_{12} \end{pmatrix}$$

$$X_p^T = (dX_{i_1}\ dY_{i_1}\ dZ_{i_1}\ dX_{i_2}\ dY_{i_2}\ dZ_{i_2}\ dX_{j_1}\ dY_{j_1}\ dZ_{j_1}\ dX_{j_2}\ dY_{j_2}\ dZ_{j_2})$$

$$W_p = \begin{pmatrix} \Delta X'_{12}\ \Delta Y_{12} - \Delta X_{12}\ \Delta Y'_{12} \\ \Delta Y_{12}\ \Delta Z'_{12} - \Delta Y'_{12}\ \Delta Z_{12} \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Partant de la relation:

$$l_i l_j + m_i m_j + n_i n_j = 0$$

qui exprime la condition qu'une droite qui passe par les points j_1 et j_2 soit orthogonale à la droite définie par les points i_1 et i_2, on peut déduire l'équation:

$$C_o \cdot X_o - W_o = O \tag{12}$$

où

$$C_o = (\Delta X'_{12}\ \Delta Y'_{12}\ \Delta Z'_{12}\ -\Delta X'_{12}\ -\Delta Y'_{12}\ -\Delta Z'_{12}\ \Delta X_{12}\ \Delta Y_{12}\ \Delta Z_{12}\ -\Delta X_{12}\ -\Delta Y_{12}\ -\Delta Z_{12})$$

$$X_o^T = (dX_{i_1}\ dY_{i_1}\ dZ_{i_1}\ dX_{i_2}\ dY_{i_2}\ dZ_{i_2}\ dX_{j_1}\ dY_{j_1}\ dZ_{j_1}\ dX_{j_2}\ dY_{j_2}\ dZ_{j_2})$$

$$W_o = -\Delta X_{12} \Delta X'_{12} - \Delta Y_{12} \Delta Y'_{12} - \Delta Z_{12} \Delta Z'_{12}$$

La condition qu'un point j appartienne au plan défini par les points i_1, i_2 et i_3 peut s'exprimer par la relation:

$$C_c \cdot X_c - W_c = O \tag{13}$$

où

$$C_c = (a_1\ b_1\ c_1\ a_2\ b_2\ c_2\ a_3\ b_3\ c_3\ a_4\ b_4\ c_4),$$

$$X_c^T = (dX_{i_1}\ dY_{i_1}\ dZ_{i_1}\ dX_{i_2}\ dY_{i_2}\ dZ_{i_2}\ dX_{i_3}\ dY_{i_3}\ dZ_{i_3}\ dX_j\ dY_j\ dZ_j)$$

$$W_c = a_1 \Delta X_1 + a_2 \Delta X_2 + a_3 \Delta X_3$$

et

$$a_k = \Delta Y_{k'} \Delta Z_{k''} - \Delta Y_{k''} \Delta Z_{k'}$$

$$b_k = \Delta Z_{k'} \Delta X_{k''} - \Delta Z_{k''} \Delta X_{k'}$$

$$c_k = \Delta X_{k'} \Delta Y_{k''} - \Delta X_{k''} \Delta Y_{k'}$$

les indices i' et i" étant définis en fonction de i , conformément au tableau suivant:

k	1	2	3	4
k'	3	1	2	12
k"	2	3	1	13

Dans toutes ces relations, on a utilisé les notations:

$$\Delta X_k = X_j^o - X_{i_k}^o, \quad \Delta Y_k = Y_j^o - Y_{i_k}^o, \quad \Delta Z_k = Z_j^o - Z_{i_k}^o, \ (k=1,2,3)$$

$$\Delta X_{1k} = X_{i_1}^o - X_{i_k}^o, \quad \Delta Y_{1k} = Y_{i_1}^o - Y_{i_k}^o, \quad \Delta Z_{1k} = Z_{i_1}^o - Z_{i_k}^o, \ (k=2,3)$$

$$\Delta X'_{12} = X_{j_1}^o - X_{j_2}^o, \quad \Delta Y'_{12} = Y_{j_1}^o - Y_{j_2}^o, \quad \Delta Z'_{12} = Z_{j_1}^o - Z_{j_2}^o$$

La totalité des contraintes de type (10),(11),(12) et (13) peut être représentée sous forme matricielle par l'équation:

$$C \cdot X - W' = O \tag{14}$$

Ces contraintes seront ajoutées aux équations (9), en obtenant le système:

$$\begin{cases} \overline{A} \cdot \overline{V} + \overline{B} \cdot X - \overline{W} = O \\ C \cdot X - W' = O \end{cases}$$

Une manière efficace d'obtenir la solution de ce système consiste à déterminer les valeurs provisoires des inconnues X^o en résolvant la première équation matricielle sans tenir compte des restrictions exprimées par la deuxième et en y ajoutant ultérieurement des corrections ΔX resultant des conditions imposées:

$$X = X^o + \Delta X \tag{15}$$

Par conséquent, on obtiendra d'abord X^o à l'aide de la formule:

$$X^{o} = N^{-1} \cdot (\bar{B}^{T} \cdot (\bar{A} \cdot \bar{P}^{-1} \cdot \bar{A}^{T})^{-1} \cdot \bar{W}) \tag{16}$$

et puis ΔX en utilisant la relation:

$$\Delta X = N^{-1} \cdot C^{T} \cdot (C \cdot N^{-1} \cdot C^{T})^{-1} \cdot (W' - C \cdot X^{o}) \tag{17}$$

où

$$N = \bar{B}^{T} \cdot (\bar{A} \cdot \bar{P}^{-1} \cdot \bar{A}^{T})^{-1} \cdot \bar{B} \tag{18}$$

En ce qui concerne la matrice de variance-covariance, elle se détermine au moyen de la relation:

$$\sigma_{X} = \sigma_{X^{o}} (I - \sigma_{\Delta X}) \tag{19}$$

où

$$\sigma_{X^{o}} = \sigma_{o}^{2} \cdot N^{-1} \tag{20}$$

et

$$\sigma_{\Delta X} = C^{T} \cdot (C \cdot N^{-1} \cdot C^{T})^{-1} \cdot C \cdot N^{-1} \tag{21}$$

σ_o étant l'erreur moyenne quadratique de l'unité de poids et la matrice N ayant l'expression (18).

4. ÉTUDE DE CAS

L'application est spécifique pour la photogrammétrie architecturale et elle se réfère à la restitution de la façade d'un bâtiment. Compte tenu du thème proposé on a choisi une portion de façade comportant des détails linéaires (en nombre réduit) et on a signalisé 20 points sur ce bâtiment (disposés d'une certaine manière). Un couple d'images a été enregistré (dans le cas normal), de telle sorte que la portion choisie de façade se trouve dans la zone de recouvrement stéréoscopique, l'échelle de l'image étant d'environ 1:450. La prise de vue a été faite avec une chambre UMK et la mesure des points de l'image a été réalisée au stéréocomparateur. De plus, des mesures topographiques ont été exécutées dans le tarrain, relatives aux éléments d'orientation externe des deux photogrammes, ainsi qu'aux éléments de l'objet photographié (cinq distances).

Parce que l'encadrement dans un certain système de référence n'intéresse pas, les coordonnées-terrain de tous les points ont été calculées dans un système local, ayant l'origine dans le centre de perspective de gauche et l'axe X sur la direction de la base.

L'ajustement s'exécute par le procédé décrit aux paragraphes 2 et 3, les contraintes utilisées étant celle qui ont été présentées au paragraphe 3.

Il faut mentionner que seulement quatre points (sur les vingt points signalisés et mesurés dans le terrain) placés vers les coins du stéréogramme ont été utilisés comme points d'appui, le reste servant pour le contrôle de la précision. Les expérimentations n'étant pas finies, les résultats ne peuvent être encore présentés, mais on s'attend à ce que la méthode exposée conduise à un accroissement significatif de la précision.

5. CONCLUSIONS

Tout d'abord, il faut remarquer la nécesité de l'ajustement simultané des observations photogrammétriques et géodésiques, qui est une exigence fondamentale du traitement rigoureux dans la photogrammétrie terrestre. On peut relever aussi l'utilité de l'emploi de mesures géodésiques entre différents points de l'objet photographié, comme éléments de liaison entre l'espace de l'image et l'espace-objet.

En ce qui concerne l'utilisation des contraintes, il faut tenir compte du fait que, en cas de contraintes incompatibles (erronement imposées) on peut arriver à la divergence de la solution. Pour éviter cette situation, il est recommandable d'appliquer un test statistique de compatibilité de ces contraintes (Patias, Rossikopoulos, 1992). D'autre part, il faut mentionner que l'utilisation des contraintes sur des éléments qui pratiquement ne remplissent pas rigoureusement les relations respectives, au lieu d'ameliorer les résultats, elle diminue leur précision. C'est pourquoi le procédé présenté est applicable surtout à la photogrammétrie industrielle et moins (dans certaines situations (Oprescu,Turdeanu,1992) et avec certaines précautions) à la photogrammetrie architecturale.

Enfin, la modalité adoptée pour resoudre le problème, en obtenant d'abord des valeurs provisoires pour les inconnues et sans tenir compte des contraintes et en y ajoutant ensuite des corrections qui résultent des conditions imposées, permet de relever l'influence de ces dernières sur la solution.

BIBLIOGRAPHIE

Oprescu N., Turdeanu L., 1992. La phototriangulation adaptée au spécifique de la photogrammétrie architecturale. XVII ISPRS Congress, com.V. Washington D.C.,USA.

Patias P., Rossikopoulos D., 1992. SNAP: A System for non-metric architectural photogrammetry. XVII-th ISPRS Congress, com.V. Washington D.C., USA.

Slama C., 1980. Editor-in-chief. Manual of Photogrammetry. Fourth edition. American Society of Photogrammetry.