

14° Congrès de la Société Internationale de Photogrammétrie

HAMBOURG 1980

-----

Commission : III

Genre d'exposé : Communication

Auteur : de Masson d'Autume, Georges  
Ingénieur général géographe

Service : Institut Géographique National  
2, Avenue Pasteur- 94160 Saint-Mandé,  
FRANCE

Titre de l'exposé : Application des Modèles numériques au  
traitement géométrique des images

Sommaire :

Description d'une méthode générale de traitement géométrique d'images, indépendante de la nature du capteur et des objets explorés. Cette méthode est basée sur une généralisation des concepts d'image et de rayon, et sur le recours systématique aux modèles numériques.

Après calcul des paramètres de prises de vues, on construit un modèle numérique de la loi de formation d'image (MFI), grâce auquel le calcul des coordonnées-image, opération de base du redressement, de l'établissement d'orthophotos ou de la restitution se ramène à une simple interpolation.

Dans le cas d'objets à opacité variable, une solution simple, identique à celle de la "grille élastique" pour les modèles numériques de terrain, devrait permettre de résoudre le problème de la reconstruction à partir d'images multiples.

Summary :

The procedure described is a universal method for the geometrical processing of images obtained from the exploration of the object-space by any kind of sensors. It is based on a generalization of the concepts of image and ray, and the systematic use of digital models for all the functions of  $n$ -variables occurring in the processing.

The parameters of image formation are first computed, using all available data such as approximate predicted values, control points, homologous image-points, and smoothness conditions, all properly weighted. A digital model of the geometric law of image formation is then constructed. This "Imaging Model", incorporating every kind of corrections, reduces the basic task of calculating image co-ordinates from object-space co-ordinates to a simple interpolation in a regular mesh, thus providing an easy solution to digital rectification, orthophotography and analytical plotting. In the case of automatic correlation, quasi-epipolar lines are easily constructed, using the Imaging Model.

Special consideration is given to the problem of object reconstruction from multiple images in the case of objects with variable opacity and a simple solution, featuring automatic detection and plotting of discontinuities is outlined. The procedure is basically the same as in the modelling of a surface by an elastic grid (1978), the observation equations for sampling points being replaced by observation equations for sampling rays.

-----

L'étude de l'exploitation géométrique des images enregistrées par un capteur à barrettes de CCD, dans le cadre du projet français SPOT, a conduit à la mise au point d'une méthode de traitement universelle, c'est à dire indépendante de la nature du capteur et de celle des objets explorés. Cette méthode repose sur une généralisation des concepts d'image et de rayon et sur le recours systématique aux modèles numériques pour représenter les fonctions intervenant dans le traitement.

#### Modélisation d'une fonction quelconque.

Dans tous les problèmes de traitement de données physiques interviennent des fonctions de  $n$  variables dont l'expression analytique est soit inconnue, soit trop complexe pour un calcul numérique rapide. Une méthode simple de modélisation consiste à représenter la fonction par ses valeurs aux noeuds d'un réseau  $n$ -dimensionnel. Un algorithme d'interpolation est associé à ce modèle numérique, et il peut être plus ou moins complexe selon le pas adopté. On peut toujours densifier le réseau jusqu'à ce que l'interpolation  $n$ -linéaire soit suffisante. Cette conception a déjà été appliquée aux modèles numériques de terrain, à la représentation des corrections aux coordonnées photo etc. . .

Le calcul de la fonction inconnue se ramène alors à celui des valeurs aux noeuds. On dispose pour cela d'"observations" qu'on peut toujours linéariser, se ramenant ainsi à un système de  $m$  relations d'observations à  $n$  inconnues. Si  $m < n$ , le système est indéterminé, mais on peut imposer aux inconnues des "conditions de régularité", traitées comme des relations d'observation supplémentaires, convenablement pondérées. Elles exprimeront, par exemple, l'égalité des valeurs en deux noeuds voisins, ou de la valeur en un noeud et de la moyenne des valeurs encadrantes sur chaque ligne passant par le noeud.

Si la fonction présente des lignes ou surfaces de discontinuité, il est facile d'en tenir compte en supprimant les conditions de régularité où interviennent des points situés de part et d'autre. Une procédure itérative, dans laquelle cette suppression a lieu quand le résidu dépasse une certaine tolérance permet le calcul automatique des discontinuités (d'Autume, 1978).

#### Image, lois de formation, rayons.

Par définition une "image" est le résultat, plus ou moins élaboré, d'une exploration de l'espace-objet par un capteur quelconque. C'est l'enregistrement d'une grandeur  $\delta$  analogique ou numérique, fonction des coordonnées-image  $p, q$

Du point de vue géométrique, une image possède une loi de formation  $M(X, Y, Z) \rightarrow m(p, q)$  faisant correspondre à tout point  $M$  de l'espace-objet un point  $m$  de l'espace-image.

Il existe en outre une loi de formation physique selon laquelle  $\delta$  dépend des propriétés de l'objet, des caractéristiques du capteur, mais aussi des conditions de l'enregistrement.

En général l'espace-objet est tridimensionnel et l'espace-image bi-dimensionnel. La fonction  $\delta(p, q)$  peut alors être utilisée pour former

une image au sens vulgaire du mot : il suffit de considérer  $p, q$  comme des coordonnées cartésiennes et d'associer au point  $m(p, q)$  une densité optique égale à  $\delta$ . Cette image peut être déformée à volonté en définissant une correspondance bijective  $(x, y) \rightarrow (p, q)$  et en affectant la densité  $\delta$  au point  $m(x, y)$ .

Dans la plupart des cas, le nombre de dimensions de l'espace-image est inférieur d'une unité à celui de l'espace-objet. A tout point  $m$  de l'image correspond alors une ligne appelée "rayon", ensemble des points qui auraient  $m$  pour image d'après la loi de formation géométrique. Ce "rayon" ne coïncide pas toujours avec le rayon physique, notamment dans le cas des images radar où les enregistrements sont ordonnés selon la distance.

#### Détermination des paramètres de formation d'image.

Soit  $C(x, y, z)$  un repère cartésien lié au capteur, et  $T(X, Y, Z)$  un repère de l'espace-objet. Pour que l'exploitation géométrique soit possible, il faut connaître, pour chaque enregistrement  $(p, q, f)$ , les 3 coordonnées de  $C$  et les 3 paramètres d'orientation dans  $T(X, Y, Z)$ .

On possède toujours des valeurs approchées de ces 6 paramètres. Pour les améliorer, on utilise des méthodes généralisant celles du relèvement spatial ou de l'aérotriangulation. Il faut pour cela que l'on puisse identifier les points connus et les points homologues. Il n'y a pas de difficulté pour les objets délimités par une surface opaque à texture non uniforme. Mais dans le cas d'objets plus ou moins transparents, seuls les points de discontinuité sont identifiables. En leur absence, la détermination des paramètres des formations d'image est impossible, et il faut adjoindre à l'objet des repères artificiels convenablement répartis.

Selon le type de capteur, un jeu de 6 paramètres est valable pour un ensemble  $bi$ -dimensionnel d'enregistrements élémentaires (chambres métriques), pour un ensemble uni-dimensionnel (chambre à barrette de CCD) ou pour un enregistrement unique (scanner à miroir tournant). Dans les 2 derniers cas, la détermination de ces paramètres serait impossible. Mais on peut représenter les corrections par leurs valeurs  $f_i = f(t_i)$  à des instants  $t$  équidistants, avec une formule d'interpolation du type  $f(t) = \sum a_i f_i$ , les coefficients  $a_i$  ne dépendant que de  $t$ . Pour calculer les inconnues  $f_i$ , on peut utiliser, selon le cas :

- des équations du type  $f_i = 0$ , exprimant la connaissance à priori des valeurs approchées.
- des conditions de régularité.
- des équations, linéaires par rapport aux  $f_i$ , exprimant l'identité des coordonnées-image calculées à partir des valeurs approchées et observées, pour tous les points connus.
- dans le cas d'images multiples et pour tout point inconnu identifié sur plusieurs images, des équations du même type avec comme inconnues supplémentaires les corrections aux coordonnées approchées de ces points.

La résolution par moindres carrés de ce système de relations d'observations, pondérées, fournit les corrections aux paramètres de prise d'image et accessoirement les coordonnées corrigées des points

utilisés. En l'absence de tout point connu, on peut toujours assurer l'intersection des rayons homologues de toutes les images utilisées, même si les coordonnées calculées sont sans valeur.

#### Modélisation de la loi de formation géométrique.

Toutes les procédures de traitement géométrique des images utilisent la loi de formation  $(X, Y, Z) \rightarrow (x, y)$ . En photogrammétrie classique, les images sont assimilées à une perspective centrale. Si  $S(X_S, Y_S, Z_S)$  est le point de vue,  $M(X, Y, Z)$  un point quelconque,  $f$  la distance principale et  $R$  la matrice d'orientation, les coordonnées-image  $x, y$  sont données par les formules :

$$V = M - S ; v = R V ; x = f v_x / v_z ; y = f v_y / v_z$$

Ces formules simples supposent qu'il n'y a ni distorsion, ni déformation du film, ni réfraction et que les coordonnées-objet et image se rapportent à des repères cartésiens, ce qui est rarement le cas. On peut, bien entendu, effectuer les corrections nécessaires, mais le temps de calcul peut devenir rédhibitoire dans le cas d'un calcul en temps réel. Dans les cas non-classiques, par exemple quand l'espace-objet comporte des milieux différents, ou si l'on utilise des chambres non métriques, panoramiques, à obturateur focal, à défilement continu du film, à barrettes de CCD, scanners, radar etc... le calcul des coordonnées-image devient inextricable. Il y a alors intérêt à définir dans l'espace-objet utile un réseau  $X_I, Y_J, Z_K$  et à calculer pour chaque noeud les coordonnées-photo  $x, y$ . Ce modèle numérique a été appelé dans une publication antérieure "Modèle de déformation", mais la dénomination "Modèle de Formation d'Image" (en anglais "Imaging Model") semble préférable.

#### Méthode générale de construction du Modèle de Formation d'Image (MFI)

Connaissant les paramètres de formation d'image, la géométrie interne du capteur et les propriétés physiques de l'espace-objet, on peut toujours construire le rayon correspondant aux coordonnées-image  $(u, v)$  même dans le cas de plusieurs milieux, et calculer les coordonnées  $X', Y'$  du point d'impact sur la surface  $Z = Z_K$

En faisant ce calcul pour une grille  $n \times m$  de points dans l'espace-image, on obtient une grille d'impact plus ou moins déformée. Pour chaque noeud  $X'_{ij}, Y'_{ij}$  de cette grille, on connaît les valeurs des coordonnées-image  $u_i, v_j$  correspondantes. On peut alors calculer, par interpolation, et pour chaque noeud d'une grille régulière  $X_I, Y_J$  les valeurs des coordonnées  $u, v$ . On peut en outre contrôler ce résultat en recalculant les points d'impact à partir de  $u, v$ , et répéter jusqu'à obtention d'un résultat satisfaisant.

Ce calcul est fait pour toutes les valeurs  $Z_K$  du réseau définissant le MFI.

Dans la pratique, on peut avoir intérêt à effectuer sur les coordonnées-objet une première transformation simple et à modéliser seulement les corrections à apporter au résultat obtenu. Par exemple, pour des photos aériennes subverticales, si  $X_S, Y_S, Z_S$  sont les coordonnées du point de vue et  $X, Y, Z$  celle d'un point objet  $M$  on calcule  $x', y'$  par les formules :

$$VX = X - XS ; VY = Y - YS ; VZ = Z - ZS ; x' = VX/VZ ; y' = VY/VZ$$

Ce calcul est fait pour tous les noeuds du réseau MFI, pour lesquels on a calculé par ailleurs comme ci-dessus les valeurs exactes  $x, y$ . On écrit pour chaque noeud les 2 relations d'observation

$$x_0 + Ax' + By' = x \quad ; \quad y_0 + Cx' + Dy' = y$$

La résolution par moindres carrés donne la valeur des paramètres  $x_0, y_0, A, B, C, D$  et les résidus changés de signe donnent les corrections résiduelles aux noeuds du réseau MFI. Ce réseau pourrait par exemple comporter 25 points.

#### Calcul du rayon passant par un point de l'espace-objet

En différentiant la formule d'interpolation associée au MFI par rapport aux coordonnées  $X, Y, Z$ , on obtient la valeur des 6 dérivées partielles. Pour un déplacement  $dX, dY, dZ$  les variations des coordonnées-photo sont :

$$dx = (\partial x / \partial X) dX + (\partial x / \partial Y) dY + (\partial x / \partial Z) dZ$$

$$dy = (\partial y / \partial X) dX + (\partial y / \partial Y) dY + (\partial y / \partial Z) dZ$$

Pour un déplacement selon la tangente, on doit avoir  $dx = dy = 0$ . En divisant par  $Z$  et en posant  $t_x = dX/dZ$  et  $t_y = dY/dZ$ , la résolution de ces deux équations donne les valeurs de ces paramètres directeurs. Le rayon peut ainsi être construit point par point dans l'espace-objet.

#### Reconstruction d'objets délimités par une surface opaque à texture non uniforme.

C'est le cas de la photogrammétrie classique. XYZ étant les coordonnées dans l'espace-objet, il s'agit de calculer 2 fonctions  $H(X, Y)$  et  $G(X, Y)$ . Si l'objet est la surface topographique,  $H$  est l'altitude et  $G$  est une densité optique. Ces 2 fonctions sont modélisées par leurs valeurs aux noeuds d'une grille  $X_I, Y_J$  de pas  $\Delta$ .

Le MFI permet de traiter très facilement les problèmes classiques - redressement sur la surface  $Z = Z_K$

Pour chaque noeud  $X_I, Y_J, Z_K$  on calcule par interpolation les coordonnées-image  $x, y$ , puis la densité  $\delta$ , qui est affectée au pixel centré sur  $X, Y$ .

Cette transformation simple de l'image simplifie beaucoup les traitements ultérieurs.

#### - Orthophoto

La procédure est la même, mais l'altitude  $Z_K$  est cette fois interpolée dans le modèle de la fonction  $H$  ou MNT.

#### - Restitution analytique

Le MFI permet dans tous les cas, et selon une procédure indépendante du capteur, le calcul rapide des coordonnées-photo correspondant aux coordonnées  $X, Y, Z$  générées par l'opérateur.

#### - Restitution automatique

La connaissance des paramètres de prise de vues permet de ramener la recherche des points homologues à la recherche du maximum de corrélation entre 2 fonctions d'une seule variable. Dans le cas de photographies, une solution classique est de rechercher la corrélation sur les

droites épipolaires, calculées a priori. Dans le cas d'images quelconques, on démontre l'existence de droites quasi-épipolaires au voisinage des images  $m_1$  et  $m_2$  d'un point  $M$  quelconque (d'Autume, 1979).

Si l'objet est compris entre 2 surfaces  $Z_1$  et  $Z_2$  et si l'intervalle  $Z_2 - Z_1$  est petit, on peut calculer sur la surface moyenne  $Z_m$  un réseau de courbes  $E$  telles que la tangente en  $M$  soit contenue dans le plan  $T_1 M T_2$  des tangentes aux 2 rayons. Si  $tx_1, ty_1, tx_2, ty_2$  sont les paramètres directeurs des 2 tangentes, les courbes  $E$  se calculent par intégration numérique de l'équation :

$$dy/dx = (ty_2 - ty_1) / (tx_2 - tx_1)$$

Aux courbes  $E$  correspondent les courbes quasi-épipolaires  $E_1$  et  $E_2$  sur les 2 images.

### Reconstruction d'un objet quelconque à partir d'images multiples.

Dans le cas général, la densité d'image en un point n'est pas fonction d'une propriété de l'objet en un point de sa surface, mais d'une intégrale curviligne prise tout au long du rayon : c'est en particulier le cas bien connu des radiographies.

Le problème de la reconstruction d'objets à partir de telles images a suscité d'innombrables recherches. Gordon et Herman (1974) en ont donné un aperçu dans un article qui comporte 134 références, dont aucune, malheureusement, ne se rapporte au travail d'un photogrammètre. Le prix Nobel de médecine 1979 a été attribué à Cormack et Hounsfield pour la mise au point de la tomographie assistée par ordinateur, qui n'est qu'un cas particulier bi-dimensionnel du problème général. Une des solutions possibles consiste à modéliser l'objet par les valeurs de la fonction "opacité" aux noeuds d'un réseau régulier, selon la méthode générale. A chaque rayon correspond une "opacité somme" qui se présente comme une fonction linéaire des opacités aux noeuds voisins du trajet du rayon. Pour un réseau très dense, cette fonction se réduit à une simple somme  $\sum \delta_i$ . Pour chaque rayon, on peut donc écrire une équation d'observation du type  $\sum \delta_i = D$ ,  $D$  étant l'opacité enregistrée pour le rayon considéré.

Cette méthode est connue sous le nom ART (Algebraic Reconstructions Techniques).

Son inconvénient principal est que le nombre d'observations (ou rayons) est généralement inférieur au nombre d'inconnues. Mais il semble qu'on puisse utiliser avec succès une technique presque identique à celle qui a été proposée par l'auteur pour la construction des MNT (d'Autume, 1978).

Elle aurait pour caractéristiques :

- une procédure de résolution itérative, imposée de toute façon par le nombre d'inconnues, sans formation d'équations normales et repartant à chaque pas, des équations d'observation (radians conjugués).



## Bibliographie

- P. N. GAUNT. Three dimensional reconstruction in anatomy using photogrammetry  
Photogrammetric Record, 9 (54), October 1979, 823 - 834
- R. GORDON, GABOR T. HERMAN. Three dimensional reconstruction from projections : a review of algorithms  
International Review of Cytology, 38, 1974, 111- 144
- G. DE MASSON D'AUTUME. Surface Modelling by means of an elastic grid  
Photogrammetria, 35, 1978, 65 - 74
- G. DE MASSON D'AUTUME. Le traitement géométrique des images de télédétection.  
Bulletin de la Société Française de Photogram-  
métrie et Télédétection n° 73-74, 1979, 5-16