

GEOMETRIE DE L'ARCHITECTURE

Jean-Paul SAINT-AUBIN
Conservateur de l'Inventaire général
des monuments et des richesses artistiques de la France
Ministère de la Culture et de la Communication

RESUME

La pratique traditionnelle de la photogrammétrie tourne autour de la stricte production d'images d'architecture; la sophistication de l'outil n'a pas fondamentalement modifié le cadre traditionnel de la représentation d'architecture. Pourtant l'analyse tridimensionnelle de l'objet permet la constitution de banque de données numériques dont la richesse se révèle peu à peu. L'Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général (A.P.A.I.G.) développe, depuis plusieurs années, plusieurs programmes de recherche dans cette direction.

Comparée à des modèles mathématiques, l'analyse photogrammétrique facilite l'auscultation sanitaire des édifices, décrit des procédés de construction et révèle des tracés directeurs; des travaux portant sur des voûtes du 16e siècle au 18e siècle illustrent la valeur des procédures de traitement et la finesse des interprétations possibles.

INTRODUCTION

Créé en 1964, l'Inventaire général des monuments et richesses artistiques de la France est chargé, au sein du Ministère de la Culture et de la Communication, de rassembler une documentation générale sur l'ensemble du patrimoine français.

Pour les relevés d'architecture, les nécessités de normalisation et d'homogénéité ont conduit le service à faire confiance pour une large part aux techniques photogrammétriques.

L'Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général, créé en 1972, procède aux études et recherches fondamentales relatives à l'application des techniques photogrammétriques, met au point les méthodes pratiques, forme le personnel au relevé photogrammétrique et réalise les opérations complexes pour les besoins du Ministère de la Culture et de la Communication (Services des Monuments historiques, de l'Inventaire général et de l'Archéologie notamment): l'Atelier dispose de matériel topométrique, de chambres photogrammétriques diversifiées et de trois appareils de restitution (analogiques et analytique) reliés à un système couplé à des écrans graphiques et des tables traçantes.

LA LECTURE PHOTOGRAMMETRIQUE ET LA SURFACE ARCHITECTURALE

Le dessin technique traditionnel et plus spécialement le dessin d'architecture traite l'objet à représenter essentiellement par des lignes; cassures des plans, interruptions de contiguité, discontinuités dans le modelé chevelu superficiel.

Le dessin d'architecture ne rend ainsi compte de l'épiderme des volumes, des surfaces -au sens géométrique- que de deux manières :

- incidemment par des dégradés de lavis ou d'ombre et par l'artifice d'une déformation de la trame régulière d'un appareil,
- rationnellement par la coordination de projections multiples enfermant le volume dans une boîte parallélépipédique -plan, coupe, élévation-.

Ces deux manières apparaîtraient insuffisantes si elles ne se trouvaient relayées par l'attitude de l'observateur qui utilise les connaissances préalables qu'il a d'objets ou d'éléments voisins pour effectuer la reconstitution mentale de la structure dans les trois dimensions de l'espace. L'oeil qui regarde fonde un raisonnement sur l'analyse corrélative des lignes exprimées; celles-ci ne font au vrai que limiter, arrêter les zones et reconstituent les projections dans un plan de la trace des intersections, des pénétrations des surfaces entre elles.

Ces modes de représentations et cette appréhension ne peuvent aller au-delà de la plus simple définition théorique possible de la forme vue dans l'espace; la coupe présente la section d'un volume à l'esprit de l'observateur qui établit la "révolution" qui seule générera par exemple la coupole servant de couverture à la travée.

Significatif est d'ailleurs le terme de "trait" pour désigner les applications de la géométrie à la coupe des pierres et au tracé des voûtes : métonymie qui dit bien l'absence ou les carences de représentation.

Devant l'édifice construit, le dessinateur pratique l'exercice inverse : il dépèce le territoire de la représentation en secteurs homogènes et en relève les limites; quant aux surfaces elles-mêmes, il les nomme de façon toute théorique, ce qui a pour effet de les exclure presque totalement du champ de la mesure. L'analyse de la surface, à partir du relevé, deviendra alors impossible si ce n'est celle induite par le dessinateur lui-même.

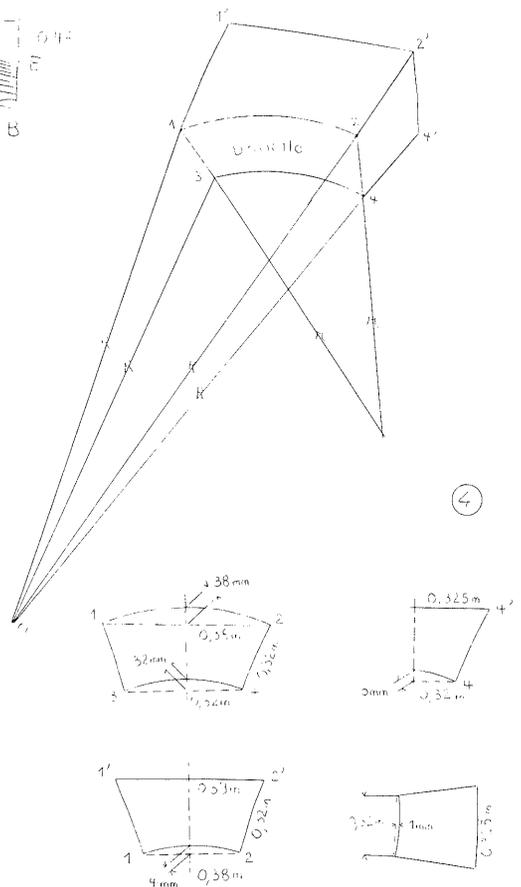
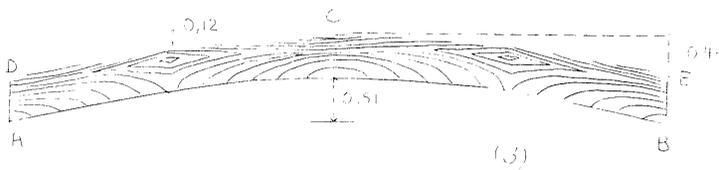
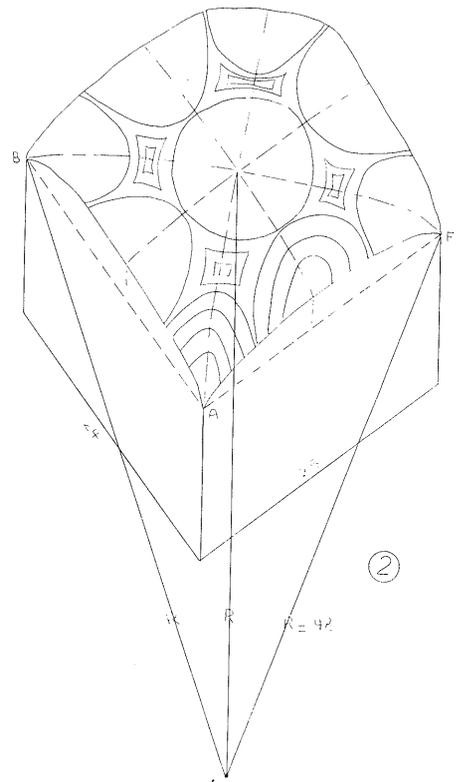
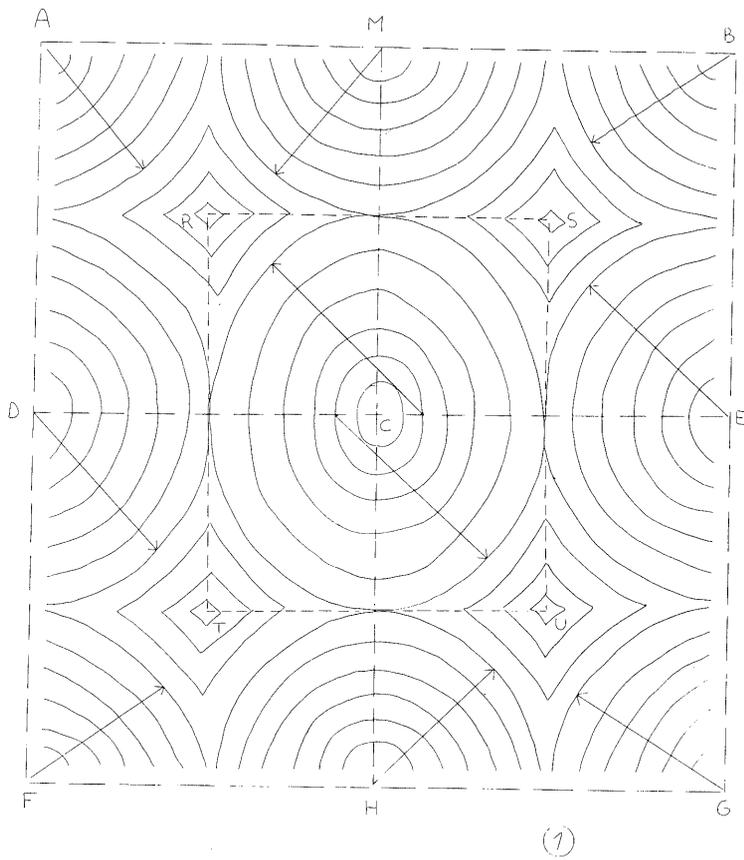
La photographie par rapport au dessin a au moins l'avantage, à travers l'image globale qu'elle rassemble, d'informer sur la nature superficielle des zones; le phénomène stéréoscopique éclaire même la complexité du volume mais c'est seulement avec la photogrammétrie que l'on appréhende l'épiderme de l'architecture : mieux que la seule lecture des lignes, la connaissance des surfaces rendue possible s'avère le moyen efficace d'étudier des structures complexes sans céder aux facilités de synthèses réductrices.

Un programme de recherche entrepris depuis près de cinq ans par l'Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général a développé un certain nombre d'applications qui concernent principalement l'analyse des structures architecturales.

A partir de clichés photogrammétriques est conduite une numérisation des divers éléments architecturaux : lignes produites par les arêtes ou les nervures, surface des voûtains, ... Chaque élément est donc défini par un fichier de points connus dans les trois dimensions de l'espace et référencé à un système horizontal lié à l'architecture elle-même. Ces fichiers sont alors confrontés à des programmes qui calculent la nature géométrique de la structure, la définissent mathématiquement et produisent la valeur des écarts entre le modèle mathématique calculé et la surface architecturale effective mesurée par photogrammétrie -le stéréomodèle-. L'analyse des résultats, outre qu'elle établit à la date du relevé une auscultation très fine de l'état sanitaire de la voûte, permet de préciser la typologie des formes, de reconstituer les chronologies relatives, d'approcher les modes de constructions et de reconstituer les modèles théoriques plausibles, tracés directeurs et modules.

VIVIERS, PALAIS EPISCOPAL, VOUTE DU VESTIBULE : TRACE GEOMETRIQUE ET STEREOTOMIE

Construit entre 1732 et 1737 par Jean-Baptiste Franque, le palais épiscopal de Viviers offre l'exemple, sur le vestibule, d'une grande voûte surbaissée de stéréotomie très savante; il s'agit d'une calotte sphérique dont le dessin d'appareil incruste le tracé d'une voûte en pendentifs assisée au centre d'un quadruple dispositif reproduisant le plan de la voûte en éventail.

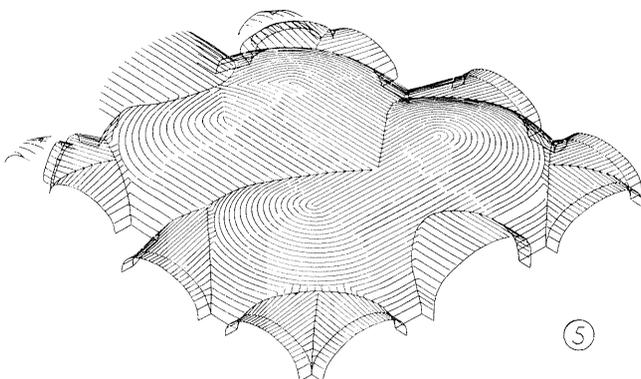


Viviers, Archevêché : voûte du vestibule :

- 1 - Schéma du tracé de voûtes en éventail (quartiers —) et de voûte en pendentifs assisée (---)
- 2 - Schéma du vestibule
- 3 - Surbaissement de la voûte exprimé sur une coupe transversale
- 4 - Détail d'un voussoir et de ses panneaux

Arles, Hôtel de Ville : voûte du vestibule :

- 5 - Isométrie contre plongeante



A partir de mesures très fines obtenues par photogrammétrie, il est possible d'analyser la nature géométrique de ce couvrement, de préciser son tracé et d'émettre des hypothèses sur les modes de construction; le travail débute par la création d'une maquette numérique de la voûte obtenue directement par restitution du stéréomètre photogrammétrique : chaque joint de lit est traduit en un fichier linéaire de coordonnées spatiales; ces données peuvent être regroupées en fichiers de surface. Près de mille mesures de base rendent ainsi compte de la forme effective du couvrement à l'instant de la prise de vue. Chacun de ces ensembles fait ensuite l'objet de traitements mathématiques qui, pour simplifier le propos, recherchent les lieux géométriques les plus proches du nuage de points; ainsi sont calculées des natures de surfaces et de lignes :

- l'intrados correspond à une portion de sphère de 15,13 m avec un écart moyen inférieur à 2 cm,
- les lignes de joints de lits qui dans le plan décrivent des ellipses sont dans l'espace des arcs de cercles concentriques; dans la partie périmétrique (tracé de voûte en éventail), les plus grands rayons donnent une moyenne de 1,93 m; dans la partie centrale (tracé de voûte en pendentifs assisée), la ligne de joints de lit la plus grande apparaît comme la réunion de deux arcs de cercles de 2,26 m situés comme il se doit dans un plan horizontal,
- la répartition sur une épure de la projection des centres de ces divers éléments permet de définir un module rectangulaire de 7,58 m sur 7,90 m, homothétique en plan du vestibule; la légère différence entre les côtés expliquant le recours pour la partie centrale à un tracé ovalaire.

Toutes ces mesures ont un diviseur commun d'environ 0,32 m (à plus ou moins 5 mm); converties selon cette unité que, par convention, nous appellerons pied, les dimensions insinuent un tracé théorique du vestibule du palais épiscopal inscrit dans un plan de 24 sur 25 pieds; la calotte sphérique de 48 pieds étant elle-même formée de la réunion de 9 calottes plus petites de 6 pieds -à l'exclusion de la partie centrale qui rattrape le plan rectangulaire avec deux lignes de joints de lits de 7 pieds-. Les lignes polaires de ces 9 calottes sont évidemment convergentes au centre de la sphère et seul l'axe de la calotte centrale est vertical -à moins de 3 grades près-. Les inclinaisons calculées des axes des 8 autres calottes confirment avec la même précision le tracé théorique proposé ci-dessus mais elles informent surtout sur la taille des claveaux et la stéréotomie de la voûte. Il faut d'abord noter le surbaissement très important : 3 pieds suivant les diagonales (99 cm); le surbaissement, si l'on considère seulement la partie centrale, est même d'environ 12 cm et ce surbaissement est encore réduit lors de la taille de chaque claveau par un artifice de basculement : les panneaux pour dresser la pierre équarrie n'ont pas pour référence des plans horizontaux ou verticaux car le volume général de chaque claveau, en raison notamment du grand rayon de la calotte, est quasiment un parallélipède rectangle et la douelle notamment peut être assimilée à un plan; chaque claveau se trouve donc défini par l'intersection de la sphère et d'un plan assimilable au demi-grade près à un plan perpendiculaire à la ligne polaire.

Cette brève note, à propos de la voûte du vestibule du palais épiscopal de Viviers, s'inscrit dans une étude plus générale sur la stéréotomie; dès à présent, elle éclaire la nature de ce couvrement : nous sommes très loin d'une voûte en éventail que suggérait -duperie voulue ?- la projection en plan de l'appareil; ce couvrement s'inscrit dans la famille des coupoles en pendentifs et très exactement comme le type intermédiaire entre la coupole en pendentifs assisée et la coupole en pendentifs appareillée en chevrons : dans les trois cas, il s'agit du même découpage d'une calote sphérique par une série de plans parallèles; horizontaux dans la coupole en pendentifs appareillée en chevrons (avec une multiplication de leurs orientations et des lignes polaires obliques et rayonnantes vers le centre de la sphère). La voûte peut être justement nommée "coupole en pendentifs appareillée en rouleaux".

La subtilité du dessin, et la science de la stéréotomie qu'elle suppose, le jeu pragmatique d'approximations qui simplifient et l'épure et la taille font de la voûte du vestibule du palais épiscopal de Viviers, une oeuvre illusionniste dans une tradition de trompe-l'oeil.

VALENCE, "LE PENDENTIF" : EQUILIBRE SANITAIRE ET TRACE DIRECTEUR

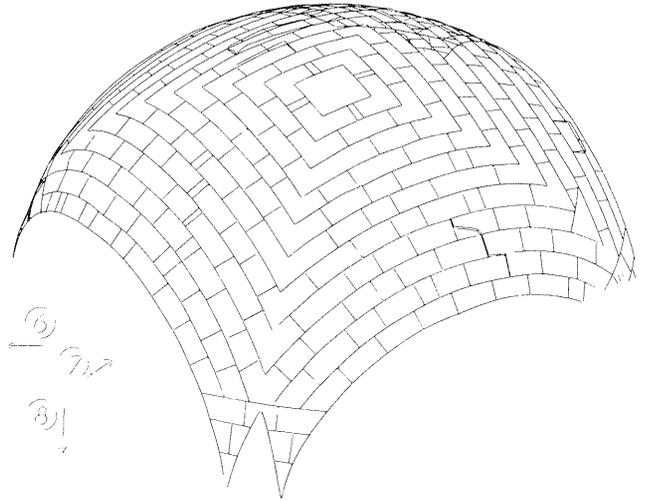
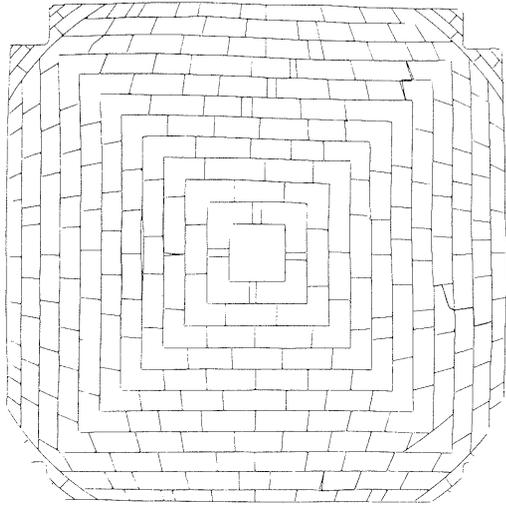
Le "pendentif" de Valence se dresse sur une petite place située au nord de la cathédrale Saint-Apollinaire; c'est un édifice funéraire qui fut élevé en 1548 par Nicolas Mistral, chanoine de la cathédrale pour lui servir de sépulture ainsi qu'à sa famille. La voûte qui a donné son nom à ce monument en couvre la travée unique, de plan carré; son appareil n'est pas celui d'un pendentif, il reprend en projection le dessin d'une voûte en arc de cloître que l'élévation dément. Ce n'est pas plus, comme le pensait, en 1923, Albert Mayeux : "une voûte d'arête dont les cylindres générateurs au lieu d'être rectilignes sont toriques, de plus leur diamètre, au lieu d'être égal à la distance entre les pilastres d'angle, est pris sur la plus grande dimension". La réalité est beaucoup plus simple et c'est par un exercice savant et subtil de tracé que le maître d'oeuvre est arrivé à ce chef-d'oeuvre de stéréotomie.

Les prises de vue photogrammétriques réalisées sur ce couverture permettent en effet par des traitements appropriés de comprendre non seulement la voûte elle-même mais également la conception de tout l'édifice. La numérisation a été effectuée avec une précision meilleure que le centimètre; l'état actuel de la pierre, par endroit pulvérulente, rendait superflue toute précision supplémentaire.

Un premier calcul effectué sur 551 points définis dans l'espace en coordonnées cartésiennes (x,y,z) rapportées à deux axes horizontaux parallèles aux côtés de l'édifice et à un axe vertical, définit la voûte comme une structure géométrique, parfaitement homogène : un ellipsoïde de révolution rapporté à deux axes quasiment horizontaux et parallèles aux diagonales de l'édifice et à un axe sensiblement vertical; cette rotation des axes reflète apparemment le schéma de structure de la voûte et l'équilibre des forces; l'axe le plus long, 7,32 m, est aussi le plus horizontal (- 2,6 g); l'axe moyen, 7,20 m, est malgré tout nettement incliné (- 13,9 g); l'axe le plus court, 6,81 m, est vertical (85,8 g) et renvoie à un tassement probable du couverture. Les écarts entre ce modèle mathématique et la forme effective sont faibles (erreur moyenne = 12 mm) et correctement répartis (près de la moitié -254- sont inférieurs ou égaux à l'erreur de mesurage de 1 cm, donc peuvent être considérés comme nuls; 230 tiennent entre 1 et 2 cm; 67 dépassent 2 cm et indiquent des anomalies ponctuelles dans le couverture). Le centre de l'ellipse se trouve situé, en plan, très proche du centre de la voûte, défini comme l'intersection des diagonales du plan de base (501,32 pour 501,24 en x et 302,27 pour 302,26 en y).

La relative égalité des axes de l'ellipsoïde indique que le projet initial était de toute évidence une sphère, ce que de nouveaux calculs vont confirmer : on obtient, dans un premier calcul portant sur les quatre voûtains et sur les mêmes 551 points que précédemment, un rayon de 3,74 m et un centre situé plus près encore du centre de la voûte (501,28 pour 501,24 m en x et 302,22 pour 302,26 m en y). Ce résultat ne variera pas de façon significative si l'on effectue les calculs voûtain par voûtain (le nombre total de points utilisés passe alors à :

271 + 257 + 299 + 274 = 1 001 points) : le rayon varie de 3,69 à 3,73 m. De même, les écarts entre le modèle mathématique et le modèle effective conserve le même ordre de grandeur (15 mm), avec une répartition très équilibrée (255 écarts considérés comme nuls, 123 entre 1 et 2 cm et 173 supérieurs à 2 cm). Comme on peut le constater sur un graphique en plan présentant la position et la taille de ces écarts, la dissémination des écarts s'effectue en deux zones diagonales qui matérialisent globalement une déformation du couverture qui s'est traduite selon deux pseudo-arêtes diagonales mais est restée relativement faible : il semble



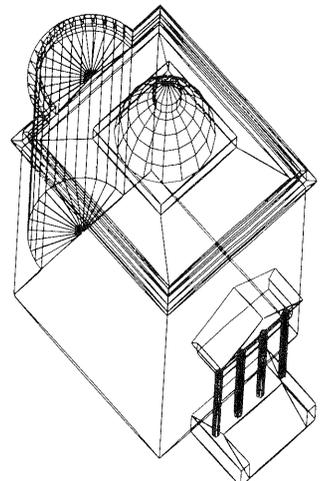
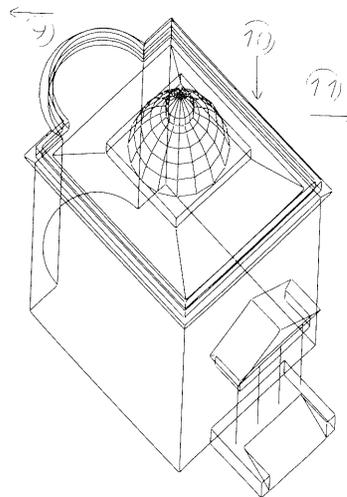
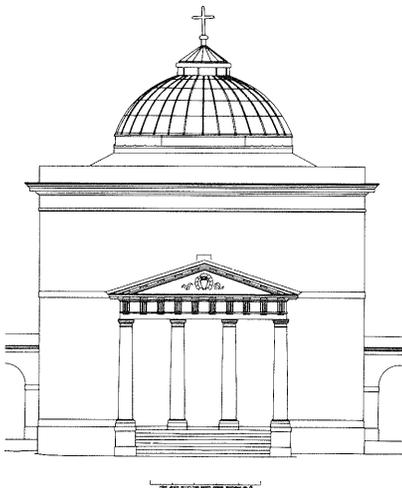
Valence : "le pendentif"

- 6 - Plan de la voûte
- 7 - Isométrie plongeante
- 8 - Elevation photographique



Rosny-sur-Seine,
Hospice Saint-Charles :
chapelle :

- 9 - Traitement graphique direct (sans fichier numérique)
- 10 - Modèle numérique vectoriel
- 11 - Modèle numérique surfacique



que deux des supports se soient légèrement tassés ou que leurs têtes se soient légèrement tassés ou que leurs têtes se soient écartées, la voûte présentant donc dans cette direction un surbaissement.

La stéréotomie explique d'ailleurs fort bien le mouvement. En effet, l'appareil de cette portion de sphère va être obtenu à partir de trois lignes polaires perpendiculaires les unes aux autres et à partir desquelles seront tracées des parallèles, au sens cartographique du terme, qui délimiteront les joints de lit. La première ligne polaire verticale va définir les assises basses, aux angles de la voûte, traitées en pendentifs; les deux autres lignes polaires, horizontales et correspondant aux médianes du plan de base, permettent le découpage en assises qui se contrebutent selon les diagonales du même plan de base; les poussées de la voûte sont donc renvoyées vers les angles du "pendentif" d'où le mouvement constaté par les mesures photogrammétriques et les calculs précédents.

La sphère dans laquelle se dessine la voûte donne par ailleurs la clé de l'édifice puisqu'elle détermine l'ensemble des proportions du bâtiment. Le diamètre correspond à la diagonale du plan carré de la travée dans les murs (5,26 m mesuré soit une diagonale de 3,72 m pour un rayon calculé de 3,69 m à 3,73 m) et à la médiane du plan carré externe. De même, l'élévation est inscrite dans ces mêmes rapports, et notamment les colonnes d'ordre corinthien qui flanquent aux angles le bâtiment, se déduisent d'un module issu du rayon de la sphère.

Aussi exemplaires que soient ces études particulières, elles ne rendent pas compte de l'ampleur du programme de recherche de l'Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général des monuments et richesses artistiques de la France. Il faudrait encore citer dans le programme de modélisation architecturale et sans être exhaustif, la recherche qui porte sur la voûte du vestibule de l'Hôtel de Ville d'Arles; ce couverture très savant a été réalisé de 1674 à 1676 par l'architecte Jacques Peytret à partir d'un projet auquel a largement collaboré Jules Hardouin-Mansart. L'analyse de l'équilibre d'une voûte plate aussi vaste (environ 16 m x 18 m) apportera des réponses attendues, tant dans le domaine de la conception architecturale que de la stéréotomie et des techniques de construction.

Une réflexion sur les proportions de l'aile occidentale de la cour carrée du Louvre à Paris est menée actuellement à partir de données photogrammétriques; l'importance de cette aile, construite par Pierre Lercot entre 1546 et 1558 dans l'histoire de l'architecture, n'est pas à rappeler mais les informations précises que la photogrammétrie apporte dès à présent sur ce sujet risquent de renouveler le discours sur les "Ordres architecturaux"; dans ce même esprit, des études plus ponctuelles sont entreprises sur les tracés directeurs et les proportions d'un certain nombre de façades de demeures du 16e au 19e s.

Des recherches enfin, exprimées depuis plusieurs années, font l'objet dorénavant d'un programme du Ministère; il s'agit d'établir un interface qui interprète les données numériques issues de la photogrammétrie et les ordonne selon des formats compatibles avec les équipements de création d'images de synthèse. Ce logiciel sera avant tout un interpréteur des produits actuels de la photogrammétrie qui, sans alourdissement du travail et en maintenant la connexion avec la précision de la photogrammétrie, rajoutera une nouvelle gamme possible d'"images" dont la séduction n'est plus à démontrer. La création de ce nouveau logiciel, qui témoigne -comme le logiciel sur "la géométrie de l'architecture- des capacités techniques du Ministère de la Culture et de la Communication face au pari des technologies nouvelles, pourrait d'ailleurs avoir bientôt une vocation plus large que l'architecture en facilitant les processus -pour l'instant archaïques- de numérisation de modèles numériques. La création d'images de synthèse à propos de l'"architecture bâtie" répond à des besoins liés à l'étude, à la conservation, à la réhabilitation du patrimoine et au souci de le restituer à un plus vaste public.

CONCLUSION

Ces multiples recherches ne peuvent masquer l'important volume de travaux de travaux photogrammétriques, plus classique que l'Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général produit depuis maintenant près de 15 ans. Au début de 1986, près de sept cent édifices ont fait l'objet en France d'interventions photogrammétriques; le nombre de clichés, celui des figures et surtout l'homogénéité de la production comme la finalisation des relevés, contribuent à illustrer la démarche fondamentale de l'Inventaire général des monuments et des richesses artistiques de la France : établir une base documentaire et analytique sur l'ensemble du patrimoine français tout en élaborant dans le même instant les instruments de traitements qui peuvent en faciliter l'exploitation.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- Jean-Paul SAINT-AUBIN, "Spécificités des méthodes de relevés d'architecture : possibilités et nécessités", Actes du colloque du CIPA, Sibénik, 1978
- Jean-Paul SAINT-AUBIN, "La photogrammétrie pour la documentation et l'analyse de l'architecture", Actes du colloque du CIPA, Wien, 1981
- Jean-Paul SAINT-AUBIN, "Auscultation des voûtements d'édifices anciens par la photogrammétrie", X,Y,Z, n° 9, décembre 1981
- Jean-Paul SAINT-AUBIN, "La représentation de l'architecture et la photogrammétrie", Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et de télédétection, n° 85 - Paris, 1982
- Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général, Etude par photogrammétrie de l'architecture industrielle du XIXe siècle, Paris, 1983
- Atelier de Photogrammétrie architecturale de l'Inventaire général : Répertoire des photogrammes d'architecture de l'Inventaire, Paris, 1984
- Jean-Paul SAINT-AUBIN, "La lecture photogrammétrique et la surface architecturale", Revue de l'Art, n° 65 - Paris, 1984

NOTES

Ont participé à ces travaux : Michel MAUMONT -Chef de l'APAIG-, Michel ANDRY, Philippe MANUCCI (restitutions); Patrick SIGNORET (Informatique); Hélène NOLLET (dessin); Bernard EMMANUELLI, Henri GUILLOU (photographies).



·Saint-Nicolas de Port : basilique Saint-Nicolas

12 - Elévation interne droite et coupe du vaisseau principal